ORSAY
n° d'ordre
1716

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES

par

Mohammad LAMEHI-RACHTI

MECANIQUE QUANTIQUE ET THEORIES DES VARIABLES CACHEES LOCALES :

UN TEST EXPERIMENTAL PAR LA MESURE DE LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN DANS LA DIFFUSION P–P

Soutenue le 14 octobre 1976, devant la Commission d'Examen

MM.	B. d'ESPAGNAT	Président
	Ch. TZARA	Rapporteur
	J.S. BELL	
	Ph. CATILLON	
	E. COTTON	Examinateurs
	A. KASTLER	
	A. MESSIAH	

ORSAY
n° d'ordre
1716

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES

par

Mohammad LAMEHI-RACHTI

MECANIQUE QUANTIQUE ET THEORIES DES VARIABLES CACHEES LOCALES :

UN TEST EXPERIMENTAL PAR LA MESURE DE LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN DANS LA DIFFUSION P–P

Soutenue le 14 octobre 1976, devant la Commission d'Examen

MM.	B. d'ESPAGNAT	Président
	Ch. TZARA	Rapporteur
	J.S. BELL	
	Ph. CATILLON	
	E. COTTON	Examinateurs
	A. KASTLER	
	A. MESSIAH	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier:

Monsieur E. Cotton, Chef du Service de Physique Nucléaire à Basse Energie de Saclay qui m'a accueilli dans son laboratoire, a montré beaucoup d'intérêt pour ce travail et a accepté d'être mon directeur de thèse; sans son soutien et son encouragement, ce travail n'aurait pas été possible;

Monsieur le Professeur d'Espagnat, qui s'est intéressé dès le départ à ce travail, et m'a consacré beaucoup de temps; les discussions que j'ai eues avec lui m'ont beaucoup aidé dans la compréhension et la résolution des différents problèmes théoriques soulevés;

W. Mittig qui a remarqué l'article de Fox et a suggéré de faire une expérience à Saclay. Ce travail est le fruit de notre collaboration étroite ; la qualité des expériences doit beaucoup à l'ingéniosité et la perspicacité de M. Mittig dans la recherche et l'amélioration des appareillages utilisés;

MM. J.S. Bell, Ph. Catillon, A. Shimony, Ch. Tzara et J.P. Vigier pour les discussions bénéfiques que j'ai eues avec eux;

M. le Professeur A. Kastler et M. A. Messiah qui ont accepté de faire partie du jury;

Mmes C. Lévi et L. Papineau pour leur soutien et leur encouragement tout le long de ce travail ; la présentation de ce mémoire s'est considérablement améliorée par suite de leur lecture critique;

M. Meurgues et ses collaborateurs en particulier M. Giacometti pour le dessin du polarimètre et de la cible tournante;

M. Sautegeau et ses collaborateurs,principalement M. Mahé pour la réalisation du dispositif expérimental;

MM. Pagès et Avril et leur équipe d'électroniciens;

M. Moreau et Mme Aguer pour l'aide qu'ils nous ont apportée dans l'utilisation du calculateur Varian 629 I;

M. Girma et l'équipe de conduite de l'accélérateur;

M. Valéro pour son assistance pendant la mise au point du programme Monte-Carlo;

Mme Gugenberger et ses collaboratrices et principalement Mme Lécuyer pour la présentation matérielle de ce mémoire.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION 1

Chapitre I MECANIQUE QUANTIQUE ET VARIABLES CACHEES THEOREME DE BELL..... 5

I. LE PARADOXE D'EINSTEIN-PODOLSKY-ROSEN..... 5

II. THEOREME DE BELL..... 8

III. DESCRIPTION DE L'EXPERIENCE PARFAITE..... 12

III.1. Les conditions de temps..... 14

III.2. Les conditions d'efficacité..... 15

IV. LES EXPERIENCES DE VERIFICATION DE LA MECANIQUE QUANTIQUE..... 16

IV.1. La corrélation γ-γ dans l'annihilation du positronium 16

IV.2. La corrélation des photons dans les désexcitations atomiques en cascades..... 20

IV.3. Les mesures de corrélations γ-γ et les expériences idéales..... 24

Chapitre II PRINCIPE DE L'EXPERIENCE DE MESURE DE LA CORRELATION DE SPIN DANS LA PRODUCTION PROTON-PROTON. COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE IDEALE. DISCUSSION DES HYPOTHESES SUPPLEMENTAIRES..... 27

I. LE DISPOSITIF SCHEMATIQUE DE L'EXPERIENCE..... 28

II. LES CARACTERISTIQUES DE LA DIFFUSION PROTON SUR PROTON A BASSE ENERGIE..... 30

III. LA FONCTION DE CORRELATION PREVUE PAR LA MECANIQUE QUANTIQUE..... 31

IV. LA FONCTION DE CORRELATION DE LA MECANIQUE QUANTIQUE ET L'INEGALITE DE BELL..... 38

V. COMPARAISON DE L'EXPERIENCE PARFAITE AVEC L'EXPERIENCE DE DIFFUSION DES PROTONS..... 40

VI. NECESSITE DE L'HYPOTHESE D'INVARIANCE PAR ROTATION DE LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN..... 41

VII. DISCUSSION DES CONDITIONS DE TEMPS..... 46

VIII. DISCUSSION DES CONDITIONS D'EFFICACITE..... 47

VIII.1. Construction d'un modèle de variables cachées locales reproduisant les prédictions de la M.Q. pour un appareil réaliste.. 48

VIII.2. Les hypothèses concernant l'efficacité..... 52

VIII.3. Comparaison des différents types d'expériences..... 57

Chapitre III RELATION ENTRE L'ASYMETRIE MESUREE ET LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN. LE CALCUL MONTE-CARLO..... 58

I. CALCUL DE LA FORMULE RELIANT L'ASYMETRIE DES COMPTAGES A LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN..... 58

II. LA CORRELATION GEOMETRIQUE..... 63

III. SIMULATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL. CALCUL MONTE-CARLO..... 69

III.1. Motivations..... 69

III.2. Ce que l'on veut estimer..... 69

III.3 Rappels sur la méthode Monte-Carlo..... 71
III.3 Schéma du calcul..... 72
III.5 Les chiffres au hasard 75
III.6 Le calcul de la géométrie..... 76
III.7 Les quantités physiques 76

Chapitre IV. REALISATION DE L'EXPERIENCE..... 82

I. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL. ALIGNEMENT... 82

II. LES CIBLES..... 83

III. LES DETECTEURS..... 85

IV. L'ELECTRONIQUE ASSOCIEE..... 87

V. POUVOIR D'ANALYSE DES POLARIMETRES..... 91

VI. LA CORRELATION GEOMETRIQUE..... 95

VII. RESULTATS BRUTS..... 98

Chapitre V. ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX..... 101

I. PREVISIONS DU CALCUL MONTE-CARLO..... 102

I.1. Les ouvertures angulaires..... 102
I.2 Spectres d'énergie 104
I.3 Calcul du pouvoir d'analyse des polarimètres. 104
I.4 Les spectres d'énergie en coïncidence..... 105
I.5 La corrélation géométrique..... 105
I.6 Variation de la corrélation géométrique en fonction de ϕ..... 107
I.7 Vérification de la formule reliant $F_{mes.}$ à f et C_g. 109
I.8 Influence des désalignements éventuels..... 111
I.9 Coefficient C_g mesuré et calculé. Comparaison 113
I.10 Déduction du coefficient de normalisation N.. 114

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548102_0014

INTRODUCTION

Les débuts de la mécanique quantique ont été marqués par des discussions très animées portant sur les fondements de la théorie. Deux types de problèmes - quoique reliés - étaient généralement soulevés : d'une part le problème de la réduction du paquet d'onde lors du processus de mesure (l'interaction d'un microsystème avec un appareil macroscopique) et d'autre part ceux liés à l'étude de corrélation dans un système de deux particules. Un certain nombre de paradoxes (par exemple le chat de Schrödinger pour le premier problème et le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen [EPR 35] pour le second) illustraient ces discussions.

La mécanique quantique donne, généralement, des prédictions probabilistes en ce qui concerne les résultats d'une mesure. Il est légitime alors de se poser cette question : la description d'un système physique par la mécanique quantique est-elle complète ? Autrement dit, n'existe-t-il pas une sous-structure qui détermine à chaque instant l'état dynamique d'un système physique ? Cette sous-structure appelée *variables cachées*, prédéterminant l'état du système, serait gouvernée par un certain nombre de lois précises. L'impossibilité de prédire les résultats d'une mesure proviendrait de notre ignorance de ces variables cachées. La fonction d'onde ne représenterait pas alors *l'état objectif* du système physique, mais elle contiendrait la totalité de l'information que l'on possède sur un système incomplètement connu. En 1932, Von Neumann [NE-32] démontrait un théorème qui établissait l'impossibilité de l'existence des variables cachées. Ce théorème était controversé et ne concernait en fait qu'une classe restreinte de variables cachées et non leur totalité. Par ex-

emple en 1952, Bohm [BO 52] proposait une interprétation de la mécanique quantique en termes de variables cachées. Cette interprétation ne débouchait sur aucune proposition d'expérience. En absence d'une expérience pouvant trancher entre les différentes interprétation, la discussion sur les fondements de la mécanique quantique concernait plus la philosophie de la science que la science physique elle-même.

C'est en 1964 que Bell [BE 64] reformule le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen et montre que tout modèle de variables cachées qui reproduit les prédictions de la mécanique quantique doit, obligatoirement, violer le principe de *la localité*. Ce principe couramment admis dans le raisonnement commun a été ainsi exprimé par Einstein [EI 49] : soient S1 et S2 deux systèmes ayant interagi dans le passé et étant arbitrairement séparés maintenant ; *l'état réel effectif du système S_1 est indépendant de ce qui peut arriver au système S_2, qui est séparé du premier dans l'espace*. Réciproquement, toute théorie de variables cachées respectant le principe de la localité prévoit pour un certain nombre d'expériences des résultats différents de ceux prévus par la mécanique quantique. Ainsi la fonction de corrélation de spin des particules ayant passé par un état singulet doit vérifier une certaine inégalité (inégalité de Bell) que la mécanique quantique viole. Des expériences permettent donc - en principe - de trancher entre les différentes théories.

Le théorème de Bell se rapporte à une expérience idéale où les appareils de mesure sont parfaits (transmission, pouvoir d'analyse et efficacité de détection de 100 %). En plus il faut qu'un certain nombre de conditions concernant le temps de vie de l'état intermédiaire et l'impossibilité d'échange d'information soient remplies. Dans une expérience réalisable, il est extrêmement difficile de satisfaire l'ensemble de conditions requises pour une expérience idéale : c'est pourquoi il est intéressant de faire des expériences dans des conditions différentes. En effet, il n'est pas raisonnable de supposer que les variables cachées utilisent, dans tous les cas et d'une manière différente, les imperfections des appareils de mesure pour rétablir les résultats de la mécanique quantique.

C'est une expérience de mesure de la fonction de corrélation de spin dans la diffusion proton-proton que nous avons entreprise, sur une proposition de Fox [FO 71], pour tester l'inégalité de Bell. D'autres expériences ont été effectuées avec des photons par plusieurs auteurs.

Notre expérience concerne d'une part-contrairement aux expériences faites avec des photons - des particules de masse au repos non nulle donc localisables par une transformation de Lorentz ; d'autre part, au lieu des interac-

tions électromagnétiques, elle met en jeu des forces nucléaires. Le temps de vie très court de l'état intermédiaire, la faible portée des forces nucléaires sont d'autres aspects qui rendent intéressante cette expérience.

Ce mémoire comprend cinq parties :

Dans le chapitre I, nous rappelons brièvement le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen et la démonstration du théorème de Bell. Les conditions d'une expérience idéale sont discutées . Les résultats des expériences de corrélation γ-γ sont mentionnés.

Dans le chapitre II, nous exposons le principe de la réalisation de notre expérience ; la fonction de corrélation prévue par la mécanique quantique est déduite. Les hypothèses supplémentaires que nécessite notre expérience sont discutées.

Le chapitre III est consacré, d'une part à l'établissement de la formule qui relie l'asymétrie des comptages à la fonction de corrélation de spin, aux pouvoirs d'analyse des polarimètres et à la corrélation géométrique ; le principe du calcul Monte-Carlo y est exposé d'autre part.

Le dispositif expérimental et les méthodes de mesure des quantités annexes sont décrits dans le chapitre IV.

Enfin le chapitre V est consacré à l'analyse des résultats expérimentaux.

Chapitre I

MECANIQUE QUANTIQUE ET VARIABLES CACHEES

THEOREME DE BELL

L'inégalité de Bell a ouvert un champ d'investigation expérimentale permettant de trancher, au moins partiellement, la vieille discussion sur les fondements de la mécanique quantique. Cette inégalité ne concerne que la classe restreinte des variables cachées locales, c'est-à-dire la classe des variables cachées qui respectent la logique admise dans le raisonnement courant (causalité, localité, réalité objective). Il est important de savoir quelle est la limite de ces notions dans les phénomènes physiques.

I. Le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen [EPR 35]

Le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen (abrégé dans la suite de cet exposé par E.P.R.) est le point de départ du théorème de Bell et, par là, de notre expérience. Nous l'exposerons brièvement. Par ce paradoxe, les auteurs veulent démontrer que la mécanique quantique n'est pas une théorie complète. Les deux hypothèses de départ peuvent se résumer ainsi :

1° La condition nécessaire pour qu'une théorie physique soit considérée comme complète est qu'à chaque élément de la réalité physique on puisse faire correspondre une quantité dans la théorie physique.

2° La condition suffisante pour définir un élément de la réalité est la suivante : si, sans perturber le système d'aucune manière, on peut prédire avec certitude (c'est-à-dire avec une probabilité de 100 %) la valeur de la quantité physique, il existe un élément de la réalité correspondant à cette quantité.

Ces deux hypothèses de départ sont extrêmement simples et sont couramment admises. Il est surprenant que ces propositions très naturelles soient en contradiction avec la mécanique quantique, comme nous le verrons plus loin avec le théorème de Bell.

Le paradoxe E.P.R., portant à l'origine sur les quantités de mouvement et les positions, a été discuté par Bohm [BO 57] et appliqué à la projection du spin des particules ayant passé par un état *singulet*.

Soit une source qui prépare des molécules dans un état J = 0; ces molécules se décomposent en deux atomes de spin 1/2 qui se propagent en dehors de la source (schéma 1).

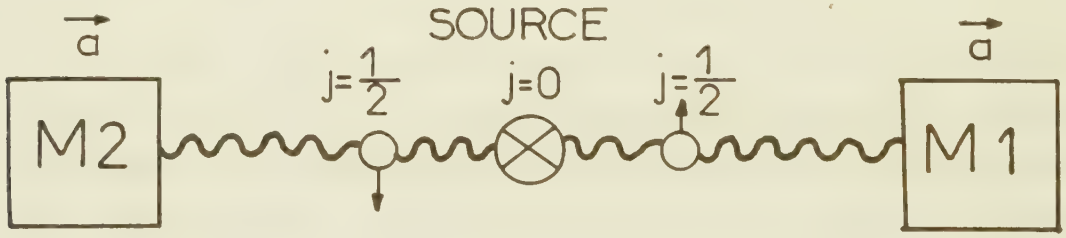


Schéma 1

La conservation de moment angulaire impose alors que : si, pour la particule U, on mesure la projection de spin suivant un axe Oz et on trouve $m = + \hbar/2$, nécessairement la projection de spin de la particule V suivant l'axe Oz sera $m = - \hbar/2$.

Considérons l'élément de la réalité $\mathcal{A}$ qui correspond à l'observable V_z c'est-à-dire à la projection de spin de la particule V suivant l'axe Oz. $\mathcal{A}$ est bien élément de la réalité, car on peut prédire sa valeur *sans perturber d'aucune manière* le système physique formé par la particule V. Pour ceci, il suffit de mesurer la projection du spin de la particule U suivant l'axe Oz. On voit alors que l'élément de la réalité $\mathcal{A}$ avait une valeur bien précise car on n'a perturbé en aucune manière le système V. Il est logique de supposer que l'observable V_z avait une valeur bien précise même si on ne faisait

aucune mesure sur U_z. Le même raisonnement peut se répéter avec les éléments de la réalité $\mathscr{B}$ et $\mathscr{C}$ associés aux observables V_x et V_y. Les trois éléments de la réalité $\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}$ auront donc des valeurs bien définies même avant qu'aucune mesure n'ait été effectuée. Or, la mécanique quantique déclare que les observables V_x, V_y et V_z ne sont pas commutables et qu'une détermination précise de l'une quelconque de ces observables induit une indétermination complète des deux autres. Les auteurs (E.P.R.) en déduisent alors que la description de la mécanique quantique n'est pas complète : la fonction de la M.Q. décrirait simplement un ensemble statistique de systèmes et non les systèmes individuels. Le comportement des systèmes individuels pourrait être décrit à l'aide d'autres variables qu'on appellera variables cachées.

On voit apparaître, dans l'argumentation E.P.R., une hypothèse implicite qui est celle de la *localité*. Les auteurs supposent que la mesure sur la particule U n'influence en aucune manière la particule V, ce qui semble aussi une hypothèse très naturelle : les deux systèmes U et V étant séparés et n'ayant aucune interaction, il est *très logique* de supposer qu'une mesure sur U ne perturbe en aucune manière l'état de V.

Bohr [BO 35] a répondu aux objections de E.P.R. L'argumentation essentielle de Bohr dans sa réfutation concerne les hypothèses de base de E.P.R. Pour Bohr *"L'interaction finie entre l'objet et les instruments de mesure, conséquence immédiate de l'existence du quantum d'action, entraîne, parce qu'il est impossible de contrôler la réaction de l'objet sur l'appareil, la nécessité de renoncer définitivement à l'idéal classique de causalité et de réviser de fond en comble notre attitude en face du problème de la réalité physique. En fait..., un critère de réalité, tel que celui des auteurs, contient, quelque prudent que puisse paraître son énoncé, une ambiguïté essentielle lorsqu'il est appliqué aux problèmes actuels qui nous intéressent ici."*

La mécanique quantique décrit, selon Bohr, non les caractères intrinsèques des microsystèmes mais leur interaction avec l'appareil de mesure. Ce que la fonction d'onde exprime c'est *"la propagation des potentialités corrélées"* [BO 51].

On remarque que l'hypothèse de base de l'argumentation d'E.P.R., c'est-à-dire l'existence d'une réalité objective séparable, n'est pas admise par

la mécanique quantique, du moins dans son interprétation par l'école de Copenhague.

Nous verrons, avec "le théorème de Bell", que les hypothèses très naturelles du paradoxe E.P.R. sont suffisantes pour déduire, pour un certain nombre d'expériences, des résultats contradictoires avec ceux prévus par la mécanique quantique. L'expérience qui tranchera d'une manière décisive déterminera, par la même occasion, la limite de validité des hypothèses aussi communes et aussi évidentes que celles de E.P.R.

II. Théorème de Bell

Bell a démontré en 1964 pour la première fois, l'inégalité [BE 64] et a montré qu'il existe une possibilité d'expérience cruciale. Sa démonstration a été reprise et généralisée par divers auteurs [CL 69], [WI 70], [ES 74].

Dans cet exposé, nous rappellerons la démonstration de l'inégalité de Bell en suivant la référence [BE 70].

Considérons un système de deux particules de spin 1/2 ; supposons que le système soit préparé de telle manière que les particules aillent dans des directions opposées. Sur l'une des directions, on a disposé un appareil de mesure de projection de spin suivant l'axe $\vec{a}$ et, sur l'autre, suivant l'axe $\vec{b}$. Faisons l'hypothèse qu'une description complète de l'état initial avec les variables cachées λ, ayant une densité de probabilité $\rho(\lambda)$, existe. Le résultat de la mesure sur la première particule ($A = \pm 1$) dépendra de λ et de la direction $\vec{a}$ du premier appareil de mesure. De même, le résultat de la mesure sur l'autre particule ($B = \pm 1$) dépendra aussi de λ et de la direction $\vec{b}$ du second appareil. L'hypothèse de la localité permet de dire que A ne dépend pas de la direction $\vec{b}$ ni B de la direction $\vec{a}$.

Regardons le résultat $P(\vec{a}, \vec{b})$ qui est la valeur moyenne du produit AB c'est-à-dire

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \int \rho(\lambda) A(\vec{a},\lambda) B(\vec{b},\lambda) d\lambda .$$

Les appareils de mesure pouvant être décrits en terme de variables cachées, on moyenne d'abord la réponse des appareils de mesure sur ces variables ; on obtient ainsi :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \bar{A}(\vec{a},\lambda)\bar{B}(\vec{b},\lambda)$$

avec $\bar{A}$ et $\bar{B}$ respectivement indépendants de $\vec{b}$ et de $\vec{a}$ *si la distribution des variables cachées des appareils de mesure est indépendante de* $\vec{b}$ *et de* $\vec{a}$. Au lieu de $A = \pm 1$ et $B = \pm 1$ nous aurons $|\bar{A}| \leq 1$ et $|\bar{B}| \leq 1$. Si $\vec{a}'$ et $\vec{b}'$ sont d'autres directions des appareils de mesure, on peut écrire

$$P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}') = \int d\lambda \rho(\lambda) [\bar{A}(\vec{a},\lambda)\bar{B}(\vec{b},\lambda) - \bar{A}(\vec{a},\lambda)\bar{B}(\vec{b}',\lambda)]$$

$$= \int d\lambda \rho(\lambda) [\bar{A}(\vec{a},\lambda)\bar{B}(\vec{b},\lambda)(1 \pm \bar{A}(\vec{a}'\lambda)\bar{B}(\vec{b}'\lambda))]$$

$$- \int d\lambda \rho(\lambda) [\bar{A}(\vec{a},\lambda)\bar{B}(\vec{b}',\lambda)(1 \pm \bar{A}(\vec{a}',\lambda)\bar{B}(\vec{b},\lambda)] \ .$$

En remarquant que $|\bar{A}| \leq 1$ et $|\bar{B}| \leq 1$, on aura :

$$|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| \leq \int d\lambda \rho(\lambda)(1 \pm \bar{A}(\vec{a}',\lambda)\bar{B}(\vec{b}'\lambda)) + \int d\lambda \rho(\lambda)(1 \pm \bar{A}(\vec{a}'\lambda)B(\vec{b},\lambda)$$

d'où :

$$|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| \leq 2 \pm (P(\vec{a},\vec{b}') + P(\vec{a}',\vec{b}))$$

et

$$|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| + |P(\vec{a}',\vec{b}') + P(\vec{a}',\vec{b})| \leq 2.$$

Cette inégalité, comme on va le voir, prévoit des limites qui sont en contradiction avec les résultats prévus par la mécanique quantique pour le système de deux particules dans l'état singulet. Supposons, par exemple, que les directions $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{b}'$, $\vec{a}'$ soient coplanaires et appelons :

θ = angle $(\vec{a},\vec{b})$, γ = angle $(\vec{b},\vec{b}')$ et ϕ = angle $(\vec{a}',\vec{a})$.

L'inégalité se mettra sous la forme :

$$|P(\theta) - P(\theta+\gamma)| + |P(\theta+\gamma+\phi) + P(\theta+\phi)| \leq 2.$$

Nous pouvons choisir des valeurs particulières pour θ, γ et ϕ et utiliser les propriétés de symétrie et de rotation c'est-à-dire : $P(\theta) = P(-\theta)$ et $P(\theta-\pi) = -P(\theta)$. Nous obtenons ainsi :

pour $\begin{cases} \theta = 30° \\ \gamma = 120° \\ \phi = -120° \end{cases}$ $|P(30°)| \leq 2/3$

$\begin{cases} \theta = 45° \\ \gamma = 90° \\ \phi = -90° \end{cases}$ $|P(45°)| \leq 1/2$

$\begin{cases} \theta = 60° \\ \gamma = 60° \\ \phi = -60° \end{cases}$ $P(60°) \leq \dfrac{2 - P(0°)}{3}$

avec, bien sûr d'une manière évidente, $|P(0°)| \leq 1$ et $P(90°) = 0$. D'une manière générale, en prenant dans l'inégalité : $\vec{a}' = \vec{b}'$ et en supposant que $P(\vec{b}',\vec{b}') = -1$ (c'est-à-dire qu'on veut au moins reproduire les résultats de la mécanique quantique à 0° et pour un état singulet), nous obtenons :

$$|P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| \leq 1+P(\vec{b}',\vec{b}) \quad [\text{BE } 64].$$

Nous pouvons, sans difficulté, choisir les directions $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ telles que :

$$2|P'(\theta)| \leq 1+P'(2\theta) \text{ où } P'(\theta) = -P(\theta).$$

Appelons $(\vec{a},\vec{b}) = \theta_1$ et $(\vec{a},\vec{b}') = \pi - \theta_2$; si les trois vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ sont coplanaires, on aura :

$$(\vec{b}',\vec{b}) = \theta_1 + \theta_2 - \pi .$$

L'inégalité de Bell se mettra sous la forme :

$$|P(\theta_1) - P(\pi-\theta_2)| \leq 1 + P(\theta_1 + \theta_2 - \pi)$$

d'où :

$$P'(\theta_1) + P'(\theta_2) \leq 1 + P'(\theta_1 + \theta_2) .$$

Si nous ajoutons aux deux membres de cette inégalité $P'(\theta_3)$ nous aurons :

$$P'(\theta_1) + P'(\theta_2) + P'(\theta_3) \leq 1 + P'(\theta_1+\theta_2) + P'(\theta_3).$$

Or

$$P'(\theta_1+ \theta_2) + P'(\theta_3) \leq 1 + P'(\theta_1+ \theta_2+ \theta_3)$$

d'où

$$P'(\theta_1) + P'(\theta_2) + P'(\theta_3) \leq 2 + P'(\theta_1+ \theta_2+ \theta_3)$$

et en généralisant :

$$\sum_{i=1}^{n} P'(\theta_i) \leq n-1 + P'(\sum_{i=1}^{n} \theta_i).$$

En prenant, pour tout i : $\theta_i = \pi/n$, nous obtenons :

$$P'(\pi/n) = -P(\pi/n) \leq \frac{n-2}{n} = 1- \frac{2}{n} .$$

La mécanique quantique prévoit,pour une fonction de corrélation de l'état singulet :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \langle \sigma_1 \vec{a}, \sigma_2 \vec{b} \rangle = - \cos (\vec{a},\vec{b}).$$

Nous constatons un désaccord entre les valeurs prévues par la mécanique quantique et la limite supérieure de l'inégalité de Bell. En effet pour $0 \leq \theta \leq \pi/2$

$$\cos(\theta) > 1-\theta^2/2 \qquad \cos \pi/n > 1 - \frac{\pi^2}{2n^2}$$

et

$$|P_{MQ}(\pi/n)| \geq |P_{\text{limite de Bell}}(\pi/n)|.$$

Nous pouvons remarquer que :

1° Si $P(0°) = 1$, la fonction prévue par l'inégalité de Bell n'est pas stationnaire autour de $0°$[GR 74] ; c'est la cause essentielle du désaccord entre les limites de Bell et les valeurs prévues par la mécanique quantique.

2° La condition de localité est une condition cruciale; Grea a démontré [GR 74] qu'une faible non-localité, c'est-à-dire une partie des variables cachées dépendant de $\vec{a}$ et de $\vec{b}$ simultanément, suffit pour rétablir une fonction stationnaire de 0° et, par là, la mécanique quantique.

3° Wigner [WI 70] reprend la démonstration de l'inégalité de Bell en supposant que la projection de spin est une réalité physique préexistant à la mesure : ses hypothèses de départ sont bien sûr équivalentes à celles utilisées par Bell pour sa démonstration.

4° Une grande partie des difficultés dans les raisonnements du genre E.P.R. provient du principe de la localité admis en physique classique. Si les expériences tendent à confirmer la mécanique quantique, il faut abandonner ce principe et supposer que, s'il y a une réalité objective en microphysique, cette réalité est nécessairement non séparable.

5° La théorie de la double solution [BR 71], tout en rejetant les difficultés du paradoxe E.P.R., semble prévoir les mêmes résultats que l'inégalité de Bell dans la mesure du coefficient de corrélation de spin. En effet, d'après Andrade e Silva [AN 70] "*...dans le cas des mesures indirectes, les prévisions observables de cette théorie ne coïncident pas avec les prévisions de la théorie habituelle. La conclusion est évidente, une fois qu'on remarque que les postulats dont je suis parti se placent dans le cadre général considéré par Bell*".

III. Description de l'expérience parfaite.

L'inégalité de Bell pouvant être testée par un dispositif expérimental, nous donnerons dans cette partie les propriétés que doit avoir un dispositif parfait qui tranchera entre les deux théories.

Considérons le dispositif proposé par Bohm pour la description du paradoxe d'E.P.R. Soit une source qui prépare deux particules de spin 1/2 dans un état intermédiaire singulet. Cet état intermédiaire se désintègre en deux particules de spin 1/2, voyageant avec la vitesse v dans deux directions opposées. Les deux états possibles de la projection des spins + et - sont séparés à l'aide d'aimants Stern-Gerlach et les particules sont détectées par les détecteurs D (schéma 2).

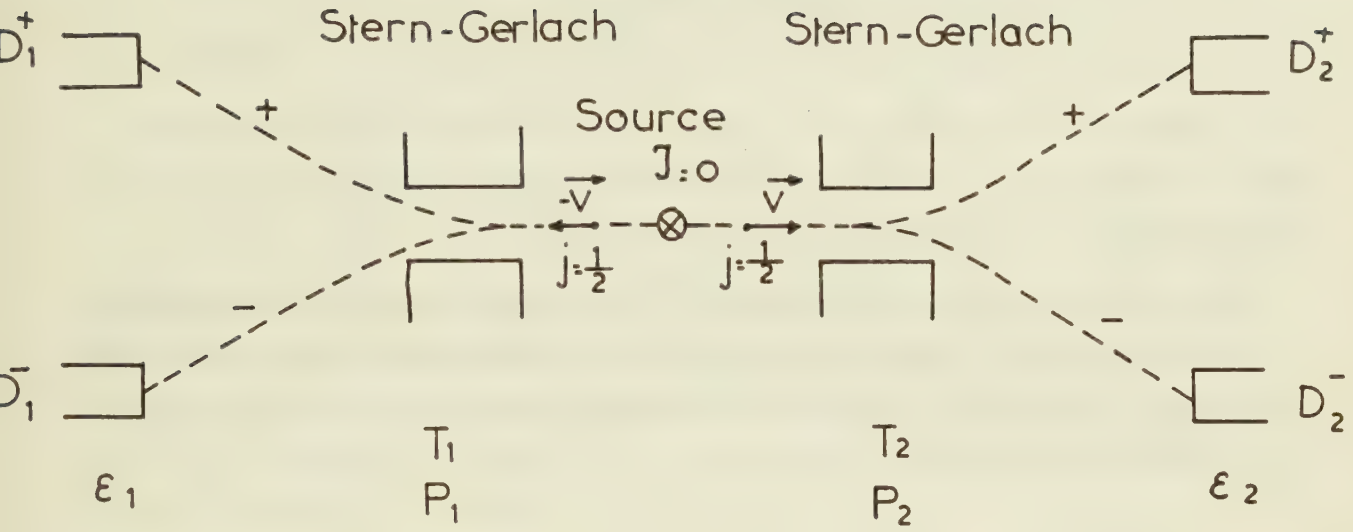


Schéma 2

Si $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont les directions des aimants, la fonction de corrélation mesurée peut être définie par :

$$P_{mes}\ (\vec{a},\vec{b}) = \frac{N_{++}+N_{--}-N_{+-}-N_{-+}}{N_o}$$

où N_o représente le nombre de molécules désintégrées et pénétrant dans les aimants, N_{++} le nombre de coïncidences entre les détecteurs D_1^+ et D_2^+, N_{+-} entre les détecteurs D_1^+ et D_2^-, N_{-+} entre les détecteurs D_1^- et D_2^+ et N_{--} entre les détecteurs D_1^- et D_2^-.

Appelons [CL 74] $p_1^+(\vec{a},\lambda)$ la probabilité de détection d'une particule dans le détecteur D_1^+ et définissons de même les probabilités $p_2^+(\vec{b},\lambda)$, $p_1^-(\vec{a},\lambda)$ et $p_2^-(\vec{b},\lambda)$. D'une manière évidente nous avons

$$p_1^+(\vec{a},\lambda) \leqslant 1 \qquad \text{et} \qquad -1 \leqslant p_1^+(\vec{a},\lambda) - p_1^-(\vec{a},\lambda) \leqslant +1.$$

Pour un nombre suffisamment grand de molécules désintégrées N_o nous aurons :

$$p_1^+(\vec{a}) = \frac{N_1^+}{N_o} = \int p_1^+(\vec{a},\lambda)\,\rho(\lambda)\,d\lambda\ .$$

Le nombre de coïncidences N^{++} pour une théorie locale des variables cachées pourra s'écrire :

$$\frac{N^{++}}{N_o} = \int p_1^+(\vec{a},\lambda) p_2^+(\vec{b},\lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

et, de même, pour les autres, où N_{++} représente le nombre de coïncidence entre les détecteurs D_1^+ et D_2^+, N_{+-} entre les détecteurs D_1^+ et D_2^-, N_{-+} entre les détecteurs D_1^- et D_2^+ et N_{--} entre les détecteurs D_1^- et D_2^-.

Pour pouvoir comparer directement, et sans aucune hypothèse supplémentaire, les résultats de l'expérience aux limites données par l'inégalité de Bell, deux types de conditions doivent être remplies : les conditions de temps et les conditions d'efficacité.

III.1. Les conditions de temps.

Ces conditions doivent, d'une part, assurer la séparation des paquets d'ondes des particules quand ils pénètrent dans les polarimètres et, d'autre part, interdire tout échange d'information entre les particules pendant leur temps de vol dans les polarimètres. On peut les résumer ainsi :

a) Le temps de vie τ de l'état intermédiaire doit être suffisamment court pour vérifier la relation :

$$\tau v << L$$

où v est la vitesse des particules et L la dimension de l'appareillage. Cette condition assure la séparation.

b) Le temps t_v entre l'instant où une particule pénètre dans l'analyseur et l'instant où elle est détectée doit être suffisamment court pour que :

$$t_v \times c << l$$

où c est la vitesse de la lumière et l la distance entre les deux analyseurs. Cette condition est essentielle pour interdire tout échange d'informations entre les deux particules déviées par les aimants.

c) Les orientations $\vec{a}$ et $\vec{b}$ des deux analyseurs doivent arbitrairement changer pendant le temps de vol des particules avec la condition :

$$t_{ch} \times c < 1$$

où t_{ch} est le temps entre les deux changements successifs d'orientation des analyseurs. Dans ce cas, un analyseur "ne sait pas" quelle est la position de l'autre analyseur, la théorie de la relativité excluant toute échange d'informations avec une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière.

III.2. Les conditions d'efficacité.

Nous supposerons que les directions de propagation des particules sont parfaitement corrélées (désintégration ou cinématique à deux corps) et que ces directions font un angle de 180° entre elles. Appelons respectivement $T_1(T_2)$, $P_1(P_2)$, ε_1 (ε_2) la transmission, le pouvoir d'analyse et l'efficacité des détecteurs du polarimètre 1 (polarimètre 2). La mécanique quantique prévoit pour la fonction :

$$P_{\substack{\text{mes.} \\ \text{M.Q.}}}(\vec{a},\vec{b}) = \frac{N_{++} + N_{--} - N_{+-} - N_{-+}}{N_o}$$

$$= -T_1\, T_2\, \varepsilon_1\, \varepsilon_2\, P_1\, P_2 \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Cette fonction est en désaccord avec l'inégalité de Bell si :

$$|T_1\, T_2\, \varepsilon_1\, \varepsilon_2\, P_1\, P_2| > \sqrt{2}/2 .$$

Cette condition est extrêmement difficile à obtenir dans une expérience réaliste.

Si toutes les conditions 1) et 2) concernant le temps et l'efficacité sont remplies, alors le résultat de la mesure de $P(\vec{a},\vec{b})$ sera directement comparable à l'inégalité de Bell, sans faire aucune hypothèse supplémentaire.

Dans le cas contraire, celui d'une expérience réaliste, il faut faire un certain nombre de suppositions et admettre un certain nombre d'idées physiques suggérées, ou non, par la mécanique quantique. Nous reviendrons sur ces suppositions quand nous décrirons le principe de notre expérience.

IV. Les expériences de vérifications de la mécanique quantique.

Outre notre expérience, qui est l'objet de ce mémoire, trois types d'expériences ont été réalisées pour tester la validité de la mécanique quantique. L'une d'entre elles, réalisée par Papaliolos [PA 67] concerne un modèle (ou une famille de modèles) bien déterminé de variables cachées, celui de Bohm et de Bub [BO 66]. Cette expérience n'est pas un test de l'inégalité de Bell ; ses résultats, en accord avec la mécanique quantique, peuvent aussi bien l'être avec la théorie de Bohm et Bub si le temps de relaxation des variables cachées est plus court que $2,4 \times 10^{-14}$ seconde. Nous ne discuterons pas davantage cette expérience.

Les deux autres types d'expériences : la corrélation γ-γ dans l'annihilation du positronium et la corrélation γ-γ dans une cascade atomique, ont été effectuées pour tester l'inégalité de Bell. Nous les discuterons brièvement.

IV.1. La corrélation γ-γ dans l'annihilation du positron . Expériences de de Wu et Shaknov [WU 50], Langhoff [LA 60], Kasday [KA 70], Faraci et al. [FA 74].

Ces expériences ont toutes le même principe : une source radioactive β^+ de faible dimension est entourée d'un annihilateur ; les positrons y sont annihilés avec les électrons et donnent naissance à deux rayons γ de 511 keV qui sortent de la source. Des collimateurs définissent bien les directions des deux rayonnements γ sortants. La mesure de polarisation linéaire est effectuée avec un polarimètre Compton.

Le dispositif expérimental est montré sur le schéma 3.

Les deux photons sortant suivant la direction z sont diffusés par des scintillateurs plastiques vers des cristaux NaI. Les photomultiplicateurs placés derrière les plastiques et les cristaux de NaI amplifient les signaux lumineux créés par le passage des photons. On compte le nombre de coïncidences entre les quatre photomultiplicateurs. Chaque polarimètre (plastique + NaI) peut tourner autour de l'axe z. On appellera θ_1 et θ_2 les deux angles de la diffusion Compton des photons et ϕ_1 et ϕ_2 les angles azimutaux des polarimètres Compton par rapport à une direction de l'espace (par exemple l'axe y).

L'annihilation du positron en deux photons correspond bien à l'état

singulet, l'état triplet correspondant à une décomposition non en deux, mais en trois photons à cause des contraintes liées aux lois de conservation.

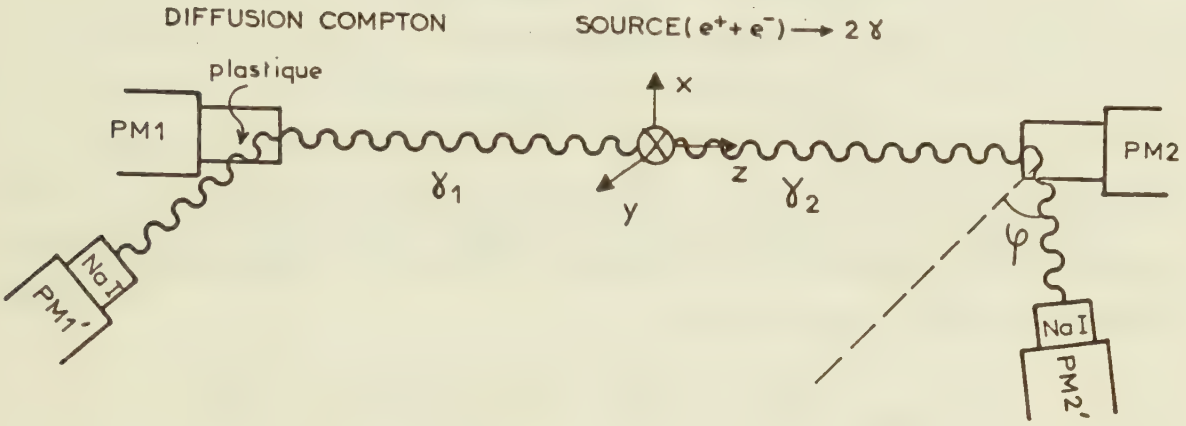


Schéma 3

La mécanique quantique prédit, pour les deux photons, la fonction d'onde :

$$\psi = (|XY\rangle - |YX\rangle)/\sqrt{2}\ i$$

où $|XY\rangle$ est un état décrivant un photon se propageant suivant la direction + z, avec une polarisation linéaire suivant l'axe $\vec{x}$, et un photon se propageant suivant la direction - z avec une polarisation linéaire suivant l'axe $\vec{y}$. La fonction $P(\vec{a},\vec{b})$ pour les photons provenant de la désintégration du positronium s'écrit :

$$P_{M.Q.}(\vec{a},\vec{b}) = -\cos 2\ (\vec{a},\vec{b}) \quad \text{pour la mécanique quantique.}$$

Si on suppose que l'état des deux photons est un mélange de première espèce, c'est-à-dire si l'état de deux photons peut être décrit soit par $|XY\rangle$ soit par $|YX\rangle$ on aura (hypothèse de Bohm-Aharanov [BO 57]) :

$$P_{B.A.}(\vec{a},\vec{b}) = -C\cos 2\ (\vec{a},\vec{b}) \quad \text{avec } |C| \leq 1/2.$$

Suivant les hypothèses que l'on fait sur les variables cachées λ et sur

leur distribution $\rho(\lambda)$, on obtiendra pour $P(\vec{a},\vec{b})$ différentes fonctions [BE 73] :

$$P_{Bell}\ (\vec{a},\vec{b}) = -1/2 \cos 2(\vec{a},\vec{b})$$
$$P_{Bell}\ (\vec{a},\vec{b}) = 1 - 4\ |\cos(\vec{a},\vec{b})|/\pi$$
$$P_{Bell}\ (\vec{a},\vec{b}) = 4\ |\sin\ (\vec{a},\vec{b})|/\pi - 1$$
$$P_{Bell}\ (\vec{a},\vec{b}) = -\ 1/4 \cos 2(\vec{a},\vec{b})$$

Une fonction de corrélation ayant la même dépendance angulaire que la fonction de corrélation de la mécanique quantique et compatible avec l'inégalité de Bell peut s'écrire :

$$P_{Bell}\ (\vec{a},\vec{b}) = -\ C \cos 2\ (a,b) \text{ avec } |C| \leqslant 1/\sqrt{2}.$$

On voit tout de suite d'après les diverses formules que, d'une part, pour tester la validité des théories de variables cachées, il faut mesurer la dépendance de $P(\vec{a},\vec{b})$ en fonction de l'angle entre les deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et que, d'autre part, si l'on trouve que cette dépendance suit une fonction $-C\cos 2(\vec{a},\vec{b})$, comme l'expérience le prouve, il faut déterminer le coefficient C ; si C = 1, on peut déduire que la description de la mécanique quantique est valable, si $|C| \leqslant 1/2$, on est en présence d'un mélange de première espèce et si $|C| \leqslant 1/\sqrt{2}$, les hypothèses du théorème de Bell sont vérifiées.

Malheureusement, les photons d'annihilation étant de haute énergie, ils ne sont pas sujets à une décision binaire : le pouvoir d'analyse et la transmission des polariseurs ne sont pas égaux à 100 %. La quantité mesurée expérimentalement est de la forme :

$$R_{exp}\ (\phi_1,\phi_2) = \frac{[N/N_{ss}]}{[n_1/N_{ss}] \times [n_2/N_{ss}]}\ \Big|_{\phi_1\phi_2}$$

où

ϕ_1 et ϕ_2 sont les angles azimutaux de la diffusion Compton,

N_{ss} est le nombre de fois, par unité de temps, où les deux photons subissent une diffusion Compton,

N est le nombre de fois, par unité de temps, où les deux photons subissent une diffusion Compton et sont détectés.

n_1 est le nombre de fois, par unité de temps, où les deux photons subissent une diffusion Compton et où le premier est détecté.

n_2 est le nombre de fois, par unité de temps, où les deux photons subissent une diffusion Compton et où le second est détecté.

La mécanique quantique permet de calculer la probabilité de détection; le taux de coïncidence dans l'expérience doit être proportionnel à cette probabilité, décrite par la formule de Klein-Nishina, de la diffusion Compton

$$dP = d\Omega_1\, d\Omega_2 \left[F(\theta_1)\, F(\theta_2) - G(\theta_1)\, G(\theta_2) \cos 2\,(\phi_1 - \phi_2)\right]$$

où $d\Omega_1$ et $d\Omega_2$ sont les angles solides d'observation de la diffusion Compton et :

$$F(\theta) = \left|2 + (1 - \cos\theta)^3\right| \,/\, (2 - \cos\theta)^3$$

$$G(\theta) = \sin^2\theta/(2 - \cos\theta)^2$$

Si $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, le rapport du taux de coïncidence pour $\phi_1 - \phi_2 = 90°$ à celui pour $\phi_1 - \phi_2 = 0$ sera :

$$f(\theta) = \frac{F^2(\theta) + G^2(\theta)}{F^2(\theta) - G^2(\theta)} \;;$$

f est une fonction de θ qui est maximale pour $\theta \approx 82°$ ($f(82°) \approx 2{,}85$).

La fonction $R(\phi_1, \phi_2)$ se mettra sous la forme :

$$R(\phi_1, \phi_2) = 1 - C M_1\, M_2 \cos 2(\phi_1 - \phi_2)$$

avec $M_1 = \dfrac{G(\theta_i)}{F(\theta_i)}$, C = 1 pour la mécanique quantique $C = 1/\sqrt{2}$ pour l'inégalité de Bell et C = 1/2 pour l'hypothèse de Bohm et Aharanov.

Les résultats expérimentaux

Nous ne présenterons que les résultats des dernières expériences, celle de Kasday et celle de Faraci et al.

Ces deux expériences montrent clairement la variation de $R(\phi_1, \phi_2)$ en cos 2 $(\phi_1 - \phi_2)$; par contre, elles ne sont pas d'accord sur la valeur du coefficient C . Kasday trouve C = 1 et déduit que son expérience est en accord avec la mécanique quantique, tandis que les résultats expérimentaux de Faraci et al. montrent que $|C| < 1\sqrt{2}$, ses résultats sont en désaccord avec la M.Q. et en accord avec la limite supérieure de l'inégalité de Bell.

La signification statistique des résultats étant suffisante pour exclure l'erreur statistique, seule une erreur expérimentale systématique peut expliquer la différence entre les deux résultats.

La figure 1 montre les résultats de ces deux expériences.

IV.2 La corrélation des photons dans les désexcitations atomiques en cascade. Expériences de Kocher et Commins [KO 67], Freedman et Clauser [FR 72] et Holt et Pipkin [HO 73]

Le principe de ces expériences est de considérer une cascade atomique J = 0 → J = 1 → J = 0 ou J = 1 → J = 1 → J = 0 et de mesurer, en coïncidence, la polarisation linéaire des photons sortants en fonction de l'angle entre les polariseurs.

Considérons le dispositif expérimental schématique (schéma 4).

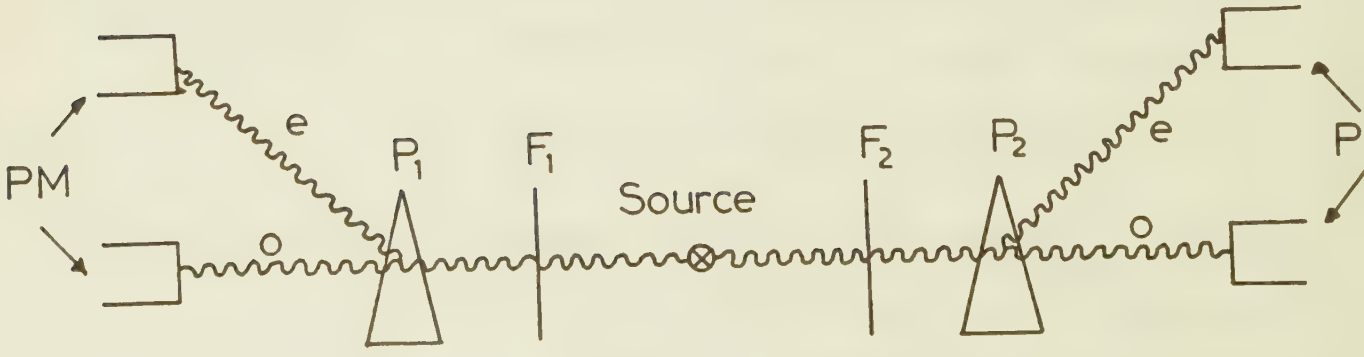


Schéma 4

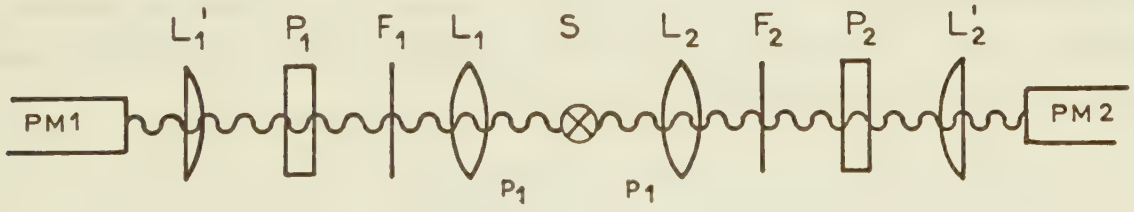
S est la source, F_1 et F_2 des filtres qui permettent de choisir des photons de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 correspondant aux transitions de la cascade ; P_1 et P_2 sont deux cristaux anisotropes (par exemple du spath d'Islande ou des prismes Wollaston) qui laissent passer sans déviation un certain nombre de photons (rayons ordinaires) ayant une polarisation linéaire suivant la direction de polarisation $\vec{a}$ ou $\vec{b}$; les autres photons (rayons extraordinaires) polarisés suivant un axe perpendiculaire à $\vec{a}$ (ou $\vec{b}$) sortent avec une certaine déviation. PM_1, PM_1', PM_2 et PM_2' sont des photomultiplicateurs détectant les photons. Appelons β l'angle entre les directions $\vec{a}$ et $\vec{b}$ des polariseurs et considérons [SH 71] :

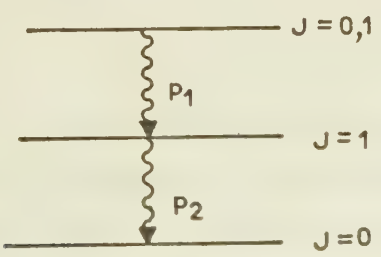
$$P(\beta) = \frac{N_{oo}(\beta) + N_{ee}(\beta) - N_{oe}(\beta) - N_{eo}(\beta)}{N_{oo}(\beta) + N_{ee}(\beta) + N_{oe}(\beta) + N_{eo}(\beta)}$$

où $N_{oo}(\beta)$ est le nombre de coincidences entre les photomultiplicateurs qui sont placés sur les trajets des rayons ordinaires,etc. Si l'on suppose une ouverture angulaire infinitésimale, les valeurs de P(β) obtenues par l'expérience peuvent être directement introduites dans l'inégalité de Bell.

L'emploi des prismes Wollaston n'est pas aisé à cause des réflexions sur les faces d'entrée et la non séparation totale des rayons ordinaires et extraordinaires ; on est obligé d'utiliser des filtres simples qui laissent passer des photons polarisés dans une seule direction.

Le dispositif expérimental effectivement utilisé dans les expériences peut être représenté par le schéma 5.





S : SOURCE
P : PHOTONS
L : LENTILLE
F : FILTRE
P : POLARIMETRE
PM : PHOTO MULTIPLICATEUR

Schéma 5

Appelons β l'angle entre les directions $\vec{a}$ et $\vec{b}$ des polariseurs P_1 et P_2, $N(\beta)$ le taux de coïncidences entre les photomultiplicateurs quand les deux polariseurs P_1 et P_2 sont en place, N_1 (N_2) le taux de coïncidences entre les photomultiplicateurs quand P_1 (P_2) est dans le trajet et P_2 (P_1) est enlevé et enfin N le taux de coïncidences quand les deux polariseurs sont enlevés. Il est clair que nous aurons

$$N_{oo}(\beta) = N(\beta),\ N_{oe}(\beta) = N_1 - N(\beta),\ N_{eo}(\beta) = N_2 - N(\beta),$$
$$N_{ee}(\beta) = N - N_{oo}(\beta) - N_{oe}(\beta) - N_{eo}(\beta) = N + N(\beta) - N_1 - N_2,$$

$$N = N_{ee}(\beta) + N_{oo}(\beta) + N_{oe}(\beta) + N_{eo}(\beta)$$

et

$$P(\beta) = \frac{4N(\beta) - 2N_1 - 2N_2}{N} + 1 .$$

La valeur $P(\beta)$ est mesurable et on peut la comparer aux valeurs prévues par la mécanique quantique.

Dans le cas des photons optiques, la réalisation de filtres et de polariseurs ayant une transmission et un pouvoir d'analyse très proche de 100 % est assez aisée. La difficulté provient du fait que l'atome émettant successivement les deux rayonnements γ, il n'y a pas une corrélation unique entre la direction des deux γ : le photon correspondant à la seconde transition peut être émis dans n'importe quelle direction de l'espace. Nous reparlerons plus loin de cette difficulté.

Les conditions d'ouvertures angulaires ont été discutées [FR 72] et des limites d'angle solide ont été calculées pour que les résultats de la mesure puissent être directement injectés dans l'inégalité de Bell. La mécanique quantique prévoit la fonction de corrélation :

$$N(\beta)/N = 1/2 \cos^2\beta \text{ pour la cascade } 0 - 1 - 0,$$
$$N(\beta)/N = 1/2 \sin^2\beta \text{ pour la cascade } 1 - 1 - 0,$$
$$N_1 = N_2 = 1/2\ N.$$

Belinfante [BE 73] a étudié quelques exemples de théories de variables cachées locales ; il a supposé que ces théories doivent vérifier d'une part que, pour une lumière non polarisée et un polariseur idéal, la moitié du flux lumineux est absorbée et l'autre moitié transmise, d'autre part que si

l'on interpose deux polariseurs idéaux sur le trajet lumineux, la loi de Malus en $\cos^2\beta$ est vérifiée. Il donne plusieurs fonctions qui doivent décrire la fonction de corrélation mesurée (bien sûr toutes ces fonctions sont compatibles avec l'inégalité de Bell).

L'inégalité de Bell permet de déduire un certain nombre de relations pour un certain nombre d'angles. Ainsi, par exemple, on aura :

$$|N(22°5) - N(67°5)|/N \leq 1/4.$$

La valeur prévue par la mécanique quantique est en désaccord avec l'inégalité ci-dessus. Nous avons :

$$\frac{N(22°5) - N(67°5)}{N} = 0,354 > 1/4 \text{ pour la cascade 0-1-0,}$$

et

$$\frac{N(22°5) - N(67°5)}{N} = -0,354 < -1/4 \text{ pour la cascade 1-1-0.}$$

Les résultats expérimentaux

Kocher et Commins, Freedman et Clauser ont étudié la cascade $6\,{}^1S_o \rightarrow 4\,{}^1P_1 \rightarrow 4\,{}^1S_o$ dans le calcium. Les premiers n'ont mesuré que N(0°) et N(90°) et une analyse de leur résultat n'est pas possible à l'aide des inégalités de Bell. Freedman et Clauser ont mesuré $N(\phi)/N$ pour des angles différents de 0° à 90°. Le calcium était excité par une lampe à arc vers un niveau supérieur à $6\,{}^1S_0$; 10 % des désexcitations transitaient par la cascade ; le temps de vie de l'état intermédiaire $4\,{}^1P_1$ est de 5 ns. Les polariseurs sont des empilements de feuilles de verre inclinées à l'incidence de Brewster. Ils trouvent alors :

$$\delta = \left|\frac{N(22°5)}{N} - \frac{N(67°5)}{N}\right| - 1/4 = 0,05 \pm 0,008$$

en contradiction avec la limite de l'inégalité de Bell.

Le résultat obtenu est en parfait accord avec les valeurs prévues de la mécanique quantique si l'on tient compte de l'imperfection des polariseurs, des angles solides, etc.

Holt et Pipkin ont étudié la cascade $9\ ^1P_1 - 7\ ^3S_1 - 6\ ^3P_0$ dans ^{198}Hg. Le mercure est excité par un faisceau d'électrons. Le temps de vie du niveau intermédiaire $7\ ^3S_1$ est de 8,2 ns. Les polariseurs sont des prismes (en calcite Glan-Thompson pour une des transitions et un triple prisme du type Glan-Taylor). La mécanique quantique prévoit (toujours en tenant compte du pouvoir d'analyse et des ouvertures angulaires) :

$$\left| \frac{N(22°\,5) - N(67°\,5)}{N} \right| = 0{,}269 .$$

L'expérience donne comme résultat :

$$\left| \frac{N_{exp}(22°\,5) - N_{exp}(67°\,5)}{N_{exp}} \right| = 0{,}216 \pm 0{,}013 ,$$

en accord avec l'inégalité de Bell et en désaccord avec la mécanique quantique. Les auteurs ont recherché les sources d'erreurs systématiques et ont vérifié soigneusement le dispositif expérimental.

Nous voyons que, dans ce genre d'expérience aussi, la situation expérimentale est loin d'être claire, deux expériences donnent des résultats contradictoires et il est difficile de tirer une conclusion en l'absence d'autres résultats d'expérience du même type qui confirmeront ou infirmeront les résultats d'une de ces deux expériences.*

IV.3. Les mesures de corrélations γ-γ et les expériences idéales.

Nous avons énuméré dans la partie III de ce chapitre les conditions que doivent vérifier les expériences de mesure de corrélations pour que les résultats expérimentaux soient directement comparables, sans aucune autre hypothèse supplémentaire, à l'inégalité de Bell.

Malheureusement, la réalisation de l'ensemble de ces conditions est très difficile, sinon impossible. C'est pour cela qu'il est intéressant

---

* Des résultats récents clarifient la situation expérimentale en faveur de la mécanique quantique. Voir annexe A1.

d'effectuer des expériences dans des conditions différentes pour voir si, dans tous les cas, les résultats coïncident avec les prévisions de la mécanique quantique.

Les deux types d'expériences que nous avons exposés brièvement ne remplissent pas toutes les conditions que nous avons énumérées pour l'expérience idéale. En effet, dans l'expérience de mesure de corrélation γ-γ lors de l'annihilation de positron, nous sommes en présence de polarimètres qui n'ont ni une efficacité, ni un pouvoir d'analyse de 100%.

A la quasi-totalité des photons détectés dans un polarimètre Compton, ne correspond aucun photon détecté dans l'autre polarimètre Compton. Le temps de vie de l'état intermédiaire est relativement long ; la longueur de cohérence des photons ($\sim$ 7cm) est plus petite, mais du même ordre de grandeur, que la distance entre les deux polarimètres. La séparation entre les deux états de polarisation n'est pas parfaite : le pouvoir d'analyse de la diffusion Compton (à $\theta = 82°$, ce qui correspond au maximum) n'est que $\frac{G(\theta)}{F(\theta)} \simeq 0{,}70$ (sans tenir compte des ouvertures géométriques), soit un pouvoir d'analyse de 0,48 pour les deux polarimètres Compton en coïncidence. Kasday discute [KA 70] les deux hypothèses supplémentaires qu'il est obligé d'admettre pour pouvoir comparer ses résultats expérimentaux aux prévisions de la mécanique quantique et de l'inégalité de Bell. Ces deux hypothèses sont les suivantes :

1) Il est possible, en principe, de construire un analyseur de polarisation idéal.

2) Les résultats obtenus par une expérience utilisant un analyseur idéal *et* les résultats obtenus par une expérience de diffusion Compton sont correctement reliés par la mécanique quantique.

Enfin le changement d'orientation des polarimètres d'une manière aléatoire et avec une fréquence plus rapide que le temps de vol des γ vers les polarimètres n'est pas réalisé.

Dans l'autre type d'expérience, outre la dernière condition concernant la variation des orientations des polariseurs qui n'est pas réalisée, l'expérience ne satisfait pas d'autres conditions. L'atome émettant successivement les deux photons, on a une cinématique à trois corps et l'un des deux photons a une direction de propagation complément indépendante de la direction de propagation de l'autre : ceci donne une perte d'efficacité ; à un

photon détecté par un photomultiplicateur ne correspond pas forcément un photon détecté par l'autre.

L'efficacité de détection des phototubes étant faible (∿ 10 %), il est nécessaire de supposer que la probabilité de détection d'un photon par le phototube n'augmente pas en présence de polariseur [CL 74].

Par contre la transmission et le pouvoir d'analyse des polariseurs peuvent être très proches de 100 %, ce qui est effectivement réalisé dans les deux expériences.

Le temps de vie de l'état intermédiaire est de quelques nanosecondes ; la longueur de cohérence des deux photons sera de l'ordre du mètre (1,5 mètre pour Freedman et Clauser et 2,4 mètres pour Holt et Pipkin) : vu les distances des polariseurs, les trains d'ondes des photons ne sont pas séparés au moment de la détection.

Néanmoins,pour un certain nombre de conditions, ces deux types d'expérience peuvent être considérés comme complémentaires.

Les divergences dans leurs résultats peuvent provenir des difficultés expérimentales inhérentes à ce genre d'expériences très délicates et difficiles. L'expérience de Holt et de Pipkin a été refaite par Clauser* et les résultats étaient en bon accord avec la mécanique quantique. Il semble donc que toutes les expériences réalisées jusqu'à maintenant -sauf celle de Faraci et al.- donnent des résultats cohérents et en bon accord avec la mécanique quantique.

---

* Voir Annexe 1. Les résultats expérimentaux récents.

Chapitre II

PRINCIPE DE L'EXPERIENCE DE MESURE DE LA CORRELATION DE SPIN DANS LA DIFFUSION PROTON-PROTON COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE IDEALE DISCUSSION DES HYPOTHESES SUPPLEMENTAIRES

L'idée d'utiliser une expérience de mesure de la corrélation de spin dans la diffusion proton sur proton pour vérifier la validité des théories de variables cachées locales a été donnée par Fox [FO 71]. Il proposait une diffusion proton sur proton à basse énergie (de 1 à 4 MeV) et l'utilisation de polarimètres à hélium pour la mesure de la polarisation des protons sortants. La mesure de la polarisation des protons par une cible d'hélium pose des problèmes difficiles ; elle est incompatible, d'une part, avec le taux de comptage très faible, d'autre part, avec la basse énergie des protons diffusés. En effet, les protons diffusés et incidents ayant une énergie peu élevée, de l'ordre de quelques MeV, et la chambre de diffusion étant sous vide, il faut, pour les diffuseurs à hélium, réaliser des cellules gazeuses avec des fenêtres d'entrée assez minces. Pour avoir un taux de comptage suffisant, il faut travailler à des pressions d'hélium importantes,ce qui pose le problème de la tenue mécanique de ces fenêtres d'entrée ; de plus, la géométrie de l'expérience est assez mal définie et il est plus difficile

d'évaluer les effets d'angles solides et d'épaisseur pour les cibles gazeuses que pour les cibles solides.

C'est pourquoi, si nous avons retenu l'idée d'une expérience de diffusion proton sur proton, nous avons utilisé, non des diffuseurs à hélium, mais des diffuseurs à carbone, en choisissant l'énergie incidente desprotons de telle façon que le pouvoir d'analyse du carbone soit assez élevé pour les protons diffusés.

Dans ce chapitre, après la description schématique de l'expérience et le rappel des prédictions de la mécanique quantique pour la diffusion proton-proton, nous comparons notre expérience à l'expérience idéale et nous déduisons les hypothèses supplémentaires que nous devrons admettre pour que nos résultats expérimentaux puissent trancher en faveur de la mécanique quantique ou des théories des variables locales.

I. Le dispositif schématique de l'expérience.

Sur le schéma 6 nous avons présenté le principe du dispositif expérimental. Un faisceau de protons arrive sur une cible d'hydrogène, les deux protons sont diffusés à un angle de 45° dans le laboratoire (90° dans le système du centre de masse), de part et d'autre du faisceau incident. Les protons diffusés arrivent sur des cibles de carbone et sont diffusés avec des probabilités différentes à gauche ou à droite suivant le signe de la projection de leur spin sur un axe perpendiculaire au plan du polarimètre. Des détecteurs D_1, G_1, D_2 et G_2 détectent les protons qui ont été diffusés successivement par les cibles d'hydrogène et de carbone. On peut tourner, d'un angle ϕ par rapport au plan de la réaction, un des polarimètres formé des détecteurs D_2 et G_2 (ou D_1 et G_1). On mesure le taux de coïncidences en fonction de l'angle ϕ des détecteurs D_1 et G_1 d'un polarimètre avec les détecteurs D_2 et G_2 de l'autre et on définit la fonction de corrélation :

$$P(\phi) = \frac{N_{D_1G_2} + N_{G_1D_2} - N_{D_1D_2} - N_{G_1G_2}}{N_{D_1G_2} + N_{G_1D_2} + N_{D_1D_2} + N_{G_1G_2}}$$

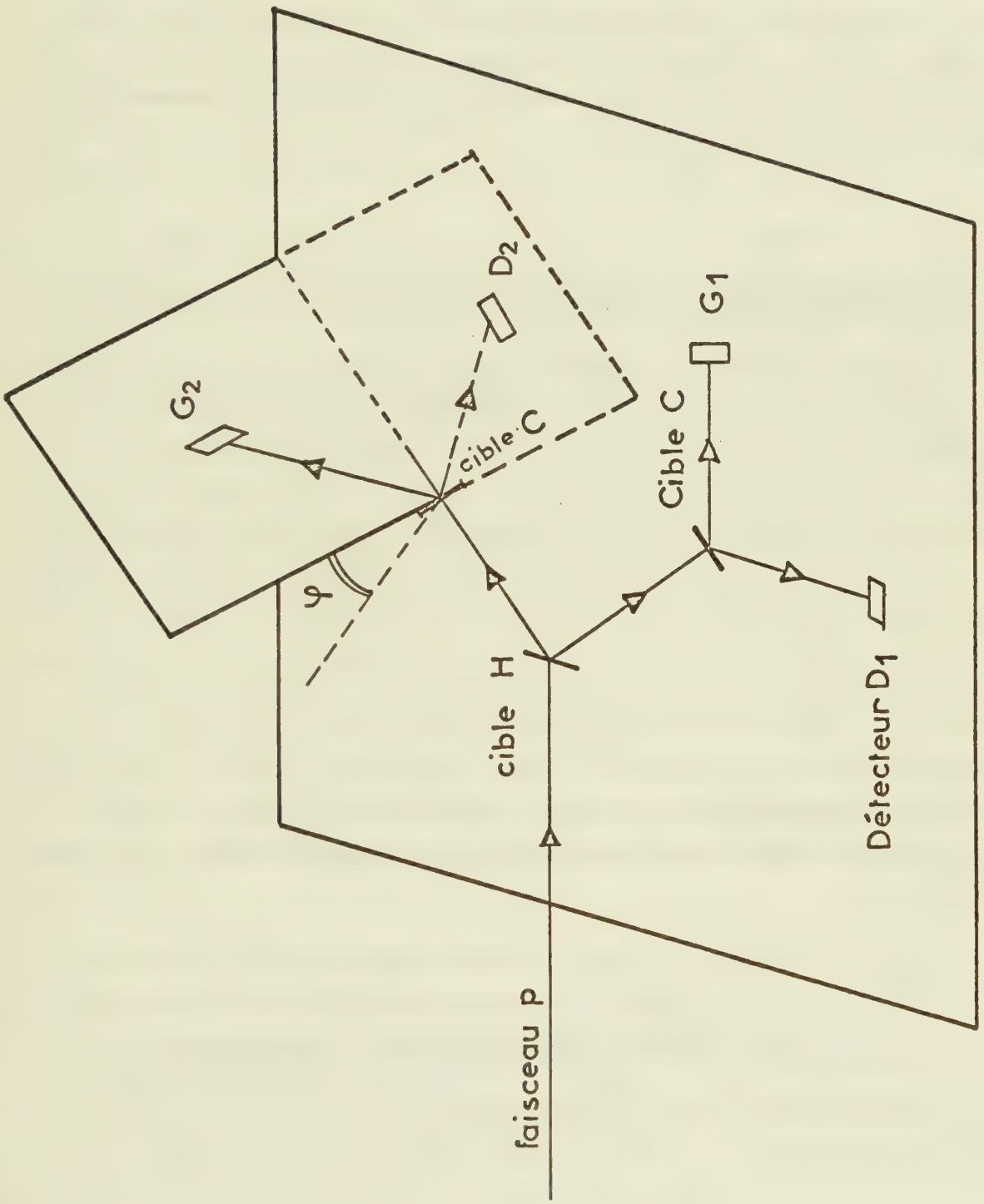


Schéma 6

où $N_{D_1 D_2}$ est le taux de coïncidences entre les détecteurs D_1 et D_2 etc.

$P(\phi)$ sera comparable au pouvoir d'analyse de l'ensemble expérimental et à une correction géométrique près, à la fonction de corrélation de spin prévue par la mécanique quantique ou à la limite supérieure de l'inégalité de Bell. Les résultats expérimentaux trancheront, en principe, entre l'une ou l'autre théorie. La réalisation pratique du dispositif expérimental ainsi que la mesure des pouvoirs d'analyse et des corrections géométriques seront discutées ultérieurement.

II. Les caractéristiques de la diffusion proton sur proton à basse énergie.

Le test des théories de variables cachées locales à l'aide de la diffusion proton sur proton présente un certain nombre d'avantages par rapport aux expériences effectuées avec des photons. Contrairement aux photons, les protons ont une masse au repos non nulle, ils sont donc localisables par une transformation de Lorentz. Dans la préparation de l'état, ainsi que dans la mesure de la polarisation des protons diffusés, les forces nucléaires interviennent tandis que, dans les expériences avec des photons, on est en présence des forces électromagnétiques. Le test des inégalités de Bell à l'aide de la diffusion proton-proton se fait donc dans des conditions totalement différentes du test avec des photons. Enumérons sommairement quelques caractéristiques de la diffusion proton sur proton. Dans cette diffusion, deux sortes de potentiels interviennent : d'une part, un potentiel à courte portée, le potentiel nucléaire, et, d'autre part, un potentiel à longue portée, le potentiel coulombien.

La portée des forces nucléaires couramment admise est de l'ordre de $1{,}4 \times 10^{-13}$ cm. A basse énergie, la diffusion proton sur proton peut être caractérisée par deux constantes indépendantes de la forme du potentiel : la portée effective r_o et la longueur de diffusion a pour l'état singulet [EV 61]. Les valeurs obtenues expérimentalement sont :

$$r_o \simeq 2{,}65 \times 10^{-13} \text{ cm},$$

$$a_{\text{nucléaire}} \simeq -17 \times 10^{-13} \text{cm} .$$

On peut dire que l'effet du potentiel ne se fait sentir que sur une distance de quelques fermis ; à une distance macroscopique, les deux trains d'ondes des protons sortants sont trop loin pour interférer à l'aide de leur potentiel nucléaire.

Il existe néanmoins un problème lié au champ coulombien qui est un champ à longue portée. On peut penser que les deux protons sortants peuvent interagir longtemps par leur champ coulombien. Or, l'effet du potentiel coulombien se manifeste seulement sur la direction des paquets d'ondes et non sur la projection des spins suivant un axe donné.

Un système de deux protons n'a aucun état lié (a négatif) et on est en présence d'un état de diffusion. Les analyses en déphasages de la section efficace de la diffusion proton sur proton à différentes énergies n'ont mis en évidence aucune structure pouvant correspondre à une résonance et à l'existence d'un noyau composé ^{2}He ; dans cette situation, il est difficile de parler du temps de vie de l'état intermédiaire. On peut donner, à titre indicatif, la valeur de 10^{-22} seconde, temps admis généralement pour les réactions nucléaires directes. Ce "temps de vie" correspond à une largeur en énergie de 6,6 MeV, d'après l'inégalité de Heisenberg $\Delta E.\Delta t > \hbar$. Dans ces conditions, la longueur de cohérence des protons sera :

$$\Delta l \simeq \Delta t \times v,$$

$$\Delta l \simeq 4 \times 10^{-13} \text{ cm.}$$

On peut donc dire qu'aux distances macroscopiques (quelques centimètres), les trains d'ondes des deux protons sont complètement séparés.

III. La fonction de corrélation prévue par la mécanique quantique .

La diffusion proton sur proton peut être décrite, dans le cadre de la mécanique quantique, par une matrice [RA 61] dans le formalisme de l'hélicité sur la base S = 0, S = 1, M_S = 1, 0, -1.

$$M(\theta) = \begin{cases} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(b+c) & \frac{\sqrt{2}}{2}d & \frac{1}{2}(b-c) \\ 0 & \frac{-\sqrt{2}}{2}d & e & \frac{\sqrt{2}}{2}d \\ 0 & \frac{1}{2}(b-c) & \frac{\sqrt{2}}{2}d & \frac{1}{2}(b+c) \end{cases}$$

θ est l'angle de diffusion dans le système du centre de masse ; $a(\theta)$ est l'amplitude de la diffusion singulet, $b(\theta)$, $c(\theta)$, $d(\theta)$ et $e(\theta)$ sont quatre amplitudes qui déterminent la diffusion triplet*. Considérons trois axes de quantification $O\vec{x}$, $O\vec{y}$ et $O\vec{z}$; $O\vec{z}$ étant la direction du proton sortant dans le système du centre de masse, $O\vec{y}$ étant perpendiculaire au plan de la réaction et $O\vec{x}$ défini de telle manière que le trièdre Ox, Oy, Oz soit direct (schéma 7).

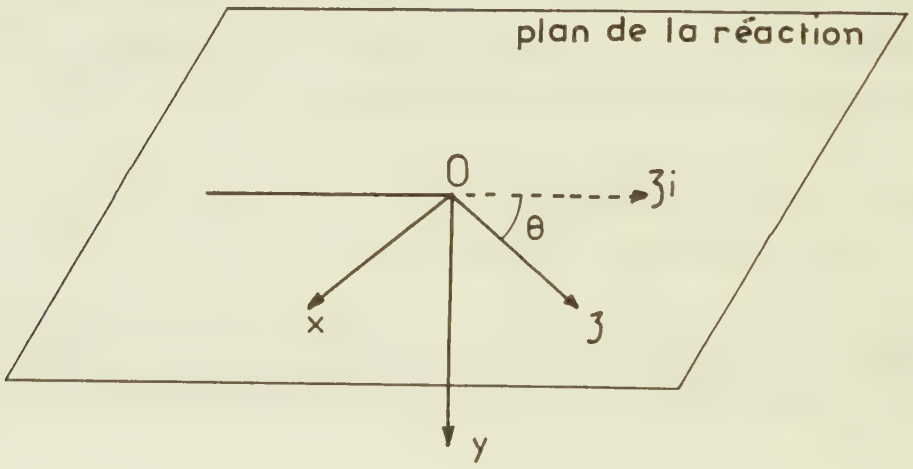


Schéma 7

L'angle de diffusion θ sera l'angle entre $O\vec{z}_i$, la direction du faisceau incident , et $O\vec{z}$, la direction du proton diffusé. Pour étudier la polarisation et la corrélation de spin avec un état initial non polarisé (cible et faisceau non polarisés), il suffit de considérer le produit $M(\theta)M^+(\theta)$ qui peut se mettre sous la forme :

---

* Ces expressions sont explicitées dans l'annexe A2, ainsi que leurs relations.

$$M(\theta)\, M^{+}(\theta) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{n.p.} \{1 + P(\sigma_y^{(1)} \otimes 1 + 1 \otimes \sigma_y^{(2)})$$

$$+ A_{zx}(\sigma_z^{(1)} \otimes \sigma_x^{(2)} + \sigma_x^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)}) + A_{xx}\sigma_x^{(1)} \otimes \sigma_x^{(2)} + A_{yy}\sigma_y^{(1)} \otimes \sigma y^{(2)}$$

$$+ A_{zz}\sigma_z^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)}\}$$

$(d\sigma/d\Omega)_{n.p.}$ est la section efficace pour un état initial non polarisé et P est la polarisation telle qu'elle est obtenue en n'observant qu'un seul des protons sortants ; les $\sigma^{(1)}$ sont les opérateurs de spin du proton sortant et les $\sigma^{(2)}$ sont ceux du proton de recul. A basse énergie, P est très faible [HU 75]. On remarque que :

$$\mathrm{Tr}\left[M(\theta)M^{+}(\theta)\right] = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{n.p.} .$$

Pour calculer la corrélation de spin des protons, si l'on mesure le spin du proton sortant suivant la direction $\vec{a}$ et celui du proton de recul suivant la direction $\vec{b}$, c'est-à-dire la valeur moyenne de $A = \vec{\sigma}^{(1)} . \vec{a} \times \vec{\sigma}^{(2)} \vec{b}$, il suffit de calculer :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \overline{A} = \frac{\mathrm{Tr}\left[AM(\theta)M^{+}(\theta)\right]}{\mathrm{Tr}\left[M(\theta)M^{+}(\theta)\right]} .$$

On aura :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \overline{A} = \langle \vec{\sigma}^{(1)}.\vec{a} \otimes \vec{\sigma}^{(2)}.\vec{b} \rangle = A_{zx}(a_z b_x + a_x b_z) + A_{xx} a_x b_x + A_{yy} a_y b_y + A_{zz} a_z b_z$$

avec a_x, a_y, a_z, b_x, b_y, b_z les projections des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ suivant Ox, Oy, Oz.

Cette formule appelle plusieurs commentaires :

1) Pour un état de diffusion singulet pur, on aura :

$$A_{zx} = 0 \quad \text{et} \quad A_{xx} = A_{yy} = A_{zz} = -1.$$

La fonction de corrélation $P(\vec{a},\vec{b})$ ne dépendra alors que de l'angle entre les directions $\vec{a}$ et $\vec{b}$ de mesure des projections de spin du proton

sortant et du proton de recul.

2) D'une manière générale, en présence de diffusion triplet, la fonction de corrélation de spin $P(\vec{a},\vec{b})$ dépend, en plus de l'angle entre les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$, des angles de ces vecteurs par rapport aux axes Ox, Oy, Oz, c'est-à-dire de la position des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ par rapport au plan de la réaction. Donc la fonction $P(\vec{a},\vec{b})$ ne satisfait pas à la condition d'invariance par rotation.

3) Les éléments de la matrice M, qui décrivent la diffusion proton sur proton, peuvent être exprimés comme la somme de deux fonctions dont l'une dépendra exclusivement de l'amplitude de la diffusion coulombienne et l'autre des déphasages coulombiens et nucléaires. Par exemple :

$$a(\theta) = f_c(\theta) + f_c(\pi-\theta) + \sum_{\ell\ \text{pair}} \frac{i}{k}(2\ell+1)e^{2i\sigma_\ell}(1-e^{2i\delta_\ell})\,P_\ell(\cos\theta)$$

où $f_c(\theta)$ est l'amplitude coulombienne et σ_ℓ et δ_ℓ sont respectivement des déphasages coulombiens et nucléaires. Pour b, c, d, e, qui décrivent la diffusion triplet, la fonction qui décrira l'amplitude coulombienne sera proportionnelle à :

$$f_c(\theta) - f_c(\pi-\theta).$$

Donc on pourra choisir l'angle de diffusion θ de telle manière que la contribution de l'état triplet soit minimale en choisissant comme angle de diffusion $\theta = \pi/2$ dans le système du centre de masse (45° dans le laboratoire). La contribution de la diffusion coulombienne sur les amplitudes triplets b, c, d et e sera nulle . C'est la raison pour laquelle nous avons choisi un angle de diffusion de 45° pour notre expérience.

A cet angle ($\theta_{CM} = \pi/2$) nous avons :

$$A_{zx} = 0 \quad \text{car} \quad b = d = 0.$$

La fonction de corrélation s'écrit alors sous la forme :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = A_{xx}a_x b_x + A_{yy}a_y b_y + A_{zz}a_z b_z$$

4) Si on prend des axes de quantification $O\vec{k}$, $O\vec{p}$, $O\vec{n}$ où $O\vec{p}$ * est la direction des protons diffusés dans le laboratoire, $O\vec{k}$ la direction opposée à celle des protons du recul et $O\vec{n}$ perpendiculaire au plan de la réaction ($O\vec{n} = O\vec{y}$), la fonction de corrélation s'écrira :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = C_{nn}\, a_n b_n + C_{kk} a_k b_k + C_{pp} a_p b_p + C_{kp}(a_p b_k + a_k b_p)$$

où C_{nn}, C_{kk}, C_{pp} et C_{kp} sont les coefficients de corrélation de spin définis par Wolfenstein [WO 56] et a_k, a_p, a_n et b_k, b_p, b_n, les projections des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sur les axes $\vec{k}$, $\vec{p}$ et $\vec{n}$. Ces deux écritures sont bien sûr équivalentes et si nous avons introduit la seconde c'est parce qu'elle nous permettra d'écrire plus facilement la fonction de corrélation que nous allons mesurer avec notre dispositif expérimental. Ce dispositif ne permet de mesurer la projection du spin du proton sortant que suivant un axe $\vec{a}$ perpendiculaire à $O\vec{k}$, et la projection du spin du proton de recul que suivant un axe $\vec{b}$ perpenduculaire à $O\vec{p}$. Donc, pour notre appareillage, la mécanique quantique prévoit la fonction :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = C_{nn} a_n b_n + C_{kp} a_p b_k .$$

Si on appelle ϕ_1 l'angle entre les directions $\vec{n}$ et $\vec{a}$ et ϕ_2 l'angle entre les directions $\vec{n}$ et $\vec{b}$, on aura :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = C_{nn} \cos\phi_1 \cos\phi_2 + C_{kp} \sin\phi_1 \sin\phi_2$$

$$= C_{nn}\, \vec{a}.\vec{b} + C_{kp} \sin\phi_1 \sin\phi_2$$

5) Le coefficient C_{nn} (A_{yy}) a été mesuré à basse énergie (E = 12 MeV) avec un dispositif expérimental similaire au nôtre [BU 64] ; les auteurs ont trouvé :

$$C_{nn} = A_{yy} = -\ 0{,}96 \pm 0{,}06$$ pour une énergie incidente des protons de 12 MeV.

Les coefficients A_{yy} et A_{xx} ont été aussi mesurés par Catillon et al. [CA 67], à plusieurs énergies, par la diffusion de protons polarisés sur une cible de protons polarisés. Ils ont trouvé :

---

* Voir annexe A2.

$$C_{nn} = A_{yy} = - 0,96 \pm 0,013 \text{ à } 11,4 \text{ MeV}$$

$$A_{xx} = - 0,984 \pm 0,011 \text{ à } 11,4 \text{ MeV}$$

et

$$C_{nn} = A_{yy} = - 0,86 \pm 0,016 \text{ à } 19,14 \text{ MeV}$$

$$A_{xx} = - 0,965 \pm 0,017 \text{ à } 19,14 \text{ MeV.}$$

Nous pouvons estimer la valeur de C_{nn} aux énergies auxquelles nous avons travaillé (13,7 et 13,2 MeV) à partir des courbes théoriques [CA 67] qui reproduisent bien les résultats expérimentaux de mesure de C_{nn} ; nous obtenons alors :

$$C_{nn} = A_{yy} = - 0,945 \pm 0,02 \text{ à } 13,7 \text{ MeV,}$$

$$C_{nn} = A_{yy} = - 0,950 \pm 0,02 \text{ à } 13,2 \text{ MeV.}$$

Le même genre d'interpolation peut se faire pour le coefficient A_{xx} :

$$A_{xx} = - 0,98 \pm 0,02 \text{ à } 13,7 \text{ et } 13,2 \text{ MeV}$$

Le coefficient A_{zz} s'obtiendra par :

$$A_{zz} = A_{yy} - A_{xx} - 1 = - 0,97 \pm 0,02$$

et

$$C_{kp} = \frac{1}{2}(A_{zz} - A_{xx}) \simeq 0,005 \pm 0,02.$$

On constate que la contribution de l'état triplet est assez faible à ces énergies et la fonction de corrélation de spin prévue par la mécanique quantique ne dépendra en première approximation que de l'angle entre les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

6) On peut écrire la fonction de corrélation $P(\vec{a},\vec{b})$ sous la forme :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \alpha \, \vec{a}.\vec{b} + \varepsilon(\vec{a},\vec{b})$$

Avec cet artifice d'écriture, nous avons écrit la fonction de corrélation de spin comme la somme d'une fonction ne dépendant que de l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et invariante par rotation, et d'une fonction qui dépend des directions des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ par rapport au plan de la réaction. Cette décomposition n'étant pas unique, on peut s'arranger pour déterminer une combinaison telle que Sup $|\varepsilon(\vec{a},\vec{b})|$ soit minimal. Or :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \alpha\, \vec{a}.\vec{b} + (A_{yy} - \alpha)a_y b_y + (A_{xx} - \alpha)a_x b_x + (A_{zz} - \alpha)a_z b_z$$

et

$$\sup_{\vec{a},\vec{b}} |\varepsilon(\vec{a},\vec{b})| = \sup\left[|A_{yy}-\alpha|, |A_{xx}-\alpha|, |A_{zz}-\alpha|\right].$$

Il faut choisir α tel que $\sup_{\vec{a},\vec{b}} |\varepsilon(\vec{a},\vec{b})|$ soit minimal ; il est clair que α sera la valeur moyenne des deux coefficients parmi les trois (A_{xx}, A_{yy}, A_{zz}) qui auront la différence la plus grande.

Aux énergies auxquelles notre expérience a été faite, ces deux coefficients seront A_{xx} et A_{yy} et

$$\alpha = \frac{A_{xx} + A_{yy}}{2} = -\,0{,}965$$

$$P = (\vec{a},\vec{b}) = -\,0{,}965\ \vec{a}.\vec{b} + \varepsilon\,(\vec{a},\vec{b})$$

avec

$$\varepsilon_o = \sup\ |\varepsilon(\vec{a},\vec{b})\ | = 0{,}015\ .$$

7) On peut écrire aussi bien la fonction de corrélation de spin sous la forme :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \alpha_s P_s(\vec{a},\vec{b}) + \alpha_t P_t(\vec{a},\vec{b})$$

où $P_s(\vec{a},\vec{b})$ et $P_t(\vec{a},\vec{b})$ sont respectivement les fonctions de corrélation de l'état singulet et de l'état triplet et α_s et α_t leurs poids respectifs ; $\alpha_s \simeq 0{,}975$ et $\alpha_t \simeq 0{,}025$ aux énergies de proton de notre expérience. $P_s(\vec{a},\vec{b}) = -\vec{a}.\vec{b}$ étant invariante par rotation, la partie non invariante

par rotation est majorée par α_t, car $|P_t(\vec{a},\vec{b})| \leq 1$.

IV. La fonction de corrélation de la mécanique quantique et l'inégalité de Bell.

Nous avons déterminé, dans le paragraphe précédent, la fonction de corrélation de spin prévue par la mécanique quantique. Nous allons montrer que cette fonction de corrélation viole l'inégalité de Bell, du moins tant que la proportion de l'état singulet est suffisamment importante ou tant que cette fonction n'est pas trop différente de celle d'un état de diffusion singulet pur. Supposons les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}'$, $\vec{b}'$ coplanaires, le plan contenant ces vecteurs étant quelconque.

Nous aurons :

$$\mathcal{A} = |P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| + |P(\vec{a}',\vec{b}) + P(\vec{a}',\vec{b}')|$$

$$= |\alpha\, \vec{a}.\vec{b} + \varepsilon(\vec{a},\vec{b}) - \alpha\, \vec{a}.\vec{b}' - \varepsilon(\vec{a},\vec{b}')| + |\alpha \vec{a}'.\vec{b} + \varepsilon(\vec{a}',\vec{b}) + \alpha\, \vec{a}'.\vec{b}' + \varepsilon(\vec{a}',\vec{b}')|$$

et

$$\mathcal{A} \geq |\alpha| \{|\vec{a}.\vec{b} - \vec{a}.\vec{b}'| + |\vec{a}'.\vec{b} + \vec{a}'.\vec{b}'|\} - 4\varepsilon_o .$$

Aux énergies de notre expérience $\alpha = -0{,}965$ et $\varepsilon_o = 0{,}015$ d'où :

$$\mathcal{A} \geq 0{,}965 \{|\vec{a}.\vec{b} - \vec{a}.\vec{b}'| + |\vec{a}'.\vec{b} + \vec{a}'.\vec{b}'|\} - 0{,}06.$$

Choisissons les quatre vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}'$ et $\vec{b}'$ comme dans le schéma 8 :

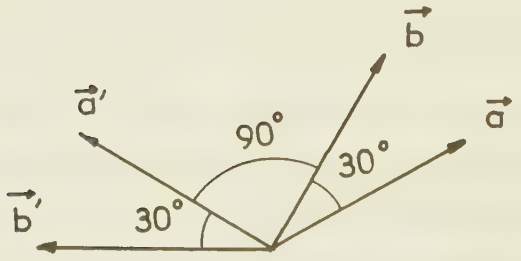


Schéma 8

nous aurons :

$$\mathcal{A} \geq 0{,}965 \times 8\ \frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}06 = 2{,}447 > 2.$$

De même en choisissant les quatre vecteurs comme dans le schéma 9 :

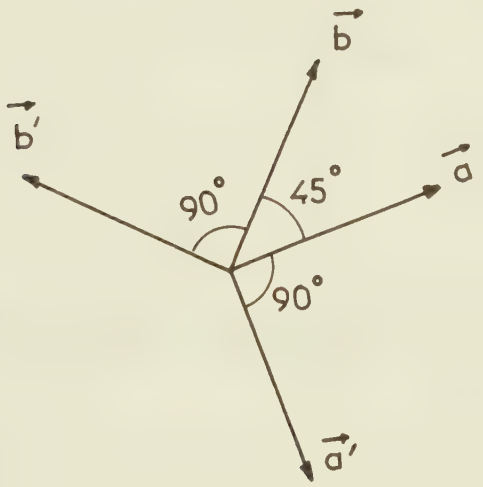


Schéma 9

nous aurons

$$\mathcal{A} \geq 0{,}965 \times 4\ \frac{\sqrt{2}}{2} - 0{,}06 = 2{,}669 > 2.$$

Et en choisissant les vecteurs comme dans le schéma 10 :

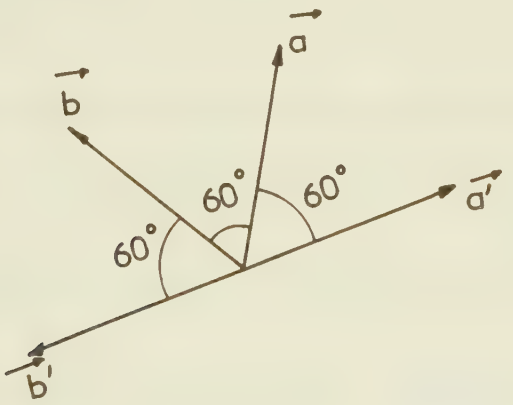


Schéma 10

nous aurons :

$$\mathcal{A} \geq 0{,}965\left[3 \times \frac{1}{2} + 1\right] - 0{,}06 = 2{,}35 > 2 .$$

On constate que,pour ces trois exemples, l'inégalité de Bell est violée. D'une manière générale, la fonction de corrélation prévue par la mécanique quantique violera l'inégalité de Bell quand :

$$|\alpha| > \frac{2+4\varepsilon_o}{2\sqrt{2}} .$$

V. Comparaison de l'expérience parfaite avec l'expérience de diffusion des protons.

Nous avons décrit, dans le chapitre I, une expérience parfaite permettant de tester directement l'inégalité de Bell et, ceci, sans aucune hypothèse supplémentaire. Malheureusement, l'expérience de diffusion de protons ne remplit pas l'ensemble des conditions de temps et d'efficacité requises pour cette expérience idéale. Il est donc nécessaire de faire une hypothèse supplémentaire chaque fois qu'une des conditions de l'expérience idéale n'est pas satisfaite. Comparons les conditions requises pour une expérience idéale à celles réalisées dans notre expérience :

1°) Les directions des particules sortantes doivent être parfaitement corrélées, ce qui est effectivement le cas dans notre expérience.

2°) L'angle entre les deux directions des particules sortantes est de 180° dans l'expérience idéale ; cet angle est 90° pour notre expérience. Ceci nécessitera une hypothèse qu'on discutera un peu plus loin.

3°) Il faut que $\tau v \ll L$; effectivement dans notre expérience cette condition est réalisée.

4°) Il faut que $t_v c < L$ et $t_{ch} c < L$; notre expérience ne satisfait pas ces conditions.

5°) Il faut également que $T_1\ T_2\ \varepsilon_1\ \varepsilon_2\ P_1\ P_2 > 1/\sqrt{2}$. Avec notre dispositif expérimental $T_1 T_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 P_1 P_2 \ll 1$, donc une hypothèse supplémentaire sera nécessaire.

Le tableau 1 résume cette situation :

Tableau 1

Expérience parfaite	Notre expérience
1°) Corrélation parfaite entre les directions des particules (1) et (2)	oui
2°) angle entre les directions (1) et (2) 180°	non 90°
3°) $\tau v \ll L$	oui
4°) $ct_v < L \quad ct_{ch} < L$	non
5°) $T_1 T_2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 P_1 P_2 > 1/\sqrt{2}$	non $\ll 1$

VI. Nécessité de l'hypothèse d'invariance par rotation de la fonction de corrélation de spin. Déduction des limites de cette fonction, compatibles avec l'inégalité de Bell.

Nous avons vu que la fonction de corrélation de spin, prévue par la mécanique quantique, violait l'inégalité de Bell, si l'on choisit les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{b}'$, et $\vec{a}'$ judicieusement et *dans le même plan*. Notre dispositif expérimental ne permet pas de trouver un jeu de quatre vecteurs $\vec{a}$, $\vec{a}'$ $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ tel que :

$$|P_{M.Q.}(\vec{a},\vec{b}) - P_{M.Q.}(\vec{a},\vec{b}')| + |P_{M.Q.}(\vec{a}',\vec{b}) + P_{M.Q.}(\vec{a}',\vec{b}')| \geqslant 2$$

car l'angle entre les directions du proton sortant et du proton de recul

est de 90° ($\vec{a}$ et $\vec{a}'$ sont perpendiculaires à la direction du proton sortant et $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ à celle du proton de recul).

Un dispositif expérimental permettant une vérification directe de l'inégalité de Bell pourrait être celui présenté sur le schéma 11 :

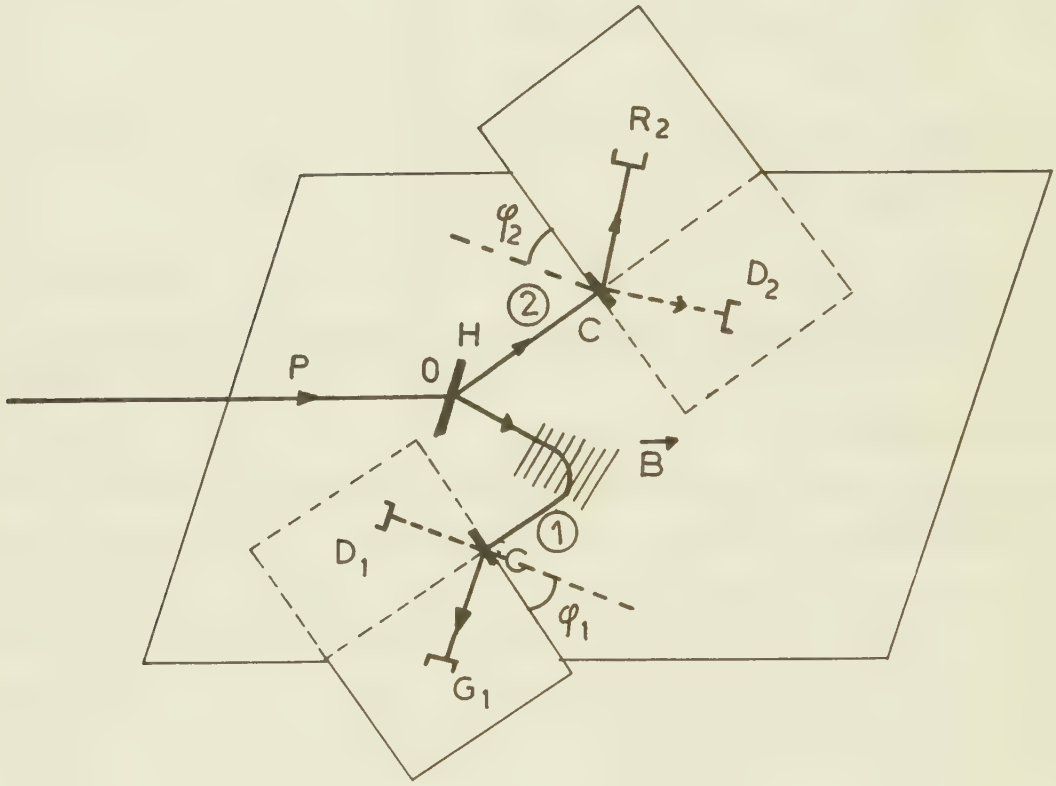


Schéma 11

Le proton sortant est tourné d'un angle de 90° à l'aide d'un aimant ou d'un déflecteur électrostatique. Dans ce cas, il n'y aurait aucune difficulté pour trouver le jeu des vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}'$, $\vec{b}'$ car quelle que soit l'orientation des polarimètres, ces vecteurs seront coplanaires.

Avec notre dispositif expérimental, nous sommes obligés de déduire des limites de l'inégalité de Bell pour un certain nombre d'angles et de les comparer aux valeurs mesurées de la fonction de corrélation de spin.

Dans le paragraphe II du premier chapitre, nous avons donné ces limites pour un certain nombre d'angles (30°, 45°, 60°). Ces limites avaient été calculées en supposant que la fonction de corrélation était invariante par rotation et réflexion. Malheureusement, nous ne pouvons

pas utiliser ces résultats car nous savons que la diffusion triplet - quoique intervenant très peu est présente vers 13 - 14 MeV et que la fonction de corrélation de l'état triplet n'est par invariante par rotation.

Il est donc nécessaire de trouver une formulation permettant d'estimer l'influence de l'état triplet sur les limites de l'inégalité de Bell. Ecrivons la fonction de corrélation sous la forme :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = f(\phi) + g(\vec{a},\vec{b})$$

où ϕ est l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$. Nous avons ainsi décomposé la fonction de corrélation en une somme d'une fonction invariante par rotation et d'une fonction dépendant de la position des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ par rapport au plan de la réaction. Cette décomposition est tout à fait générale et ne nécessite aucune hypothèse . Appelons : $g_o = \mathrm{Sup}_{\vec{a},\vec{b}} |g(\vec{a},\vec{b})|$. Ceci veut dire que, si $(\vec{a}_1,\vec{b}_1) = (\vec{a},\vec{b}) = \phi$, on aura :

$$|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a}_1,\vec{b}_1)| = |g(\vec{a},\vec{b}) - g(\vec{a}_1,\vec{b}_1)| \leqslant 2g_o .$$

La mesure de la fonction de corrélation de spin,pour une certaine position des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ faisant entre eux un angle ϕ, donnera une idée assez précise de la valeur de cette fonction pour n'importe quelle position des vecteurs $\vec{a}_1$ et $\vec{b}_1$ faisant aussi un angle ϕ.

Considérons maintenant quatre vecteurs $\vec{a}$, $\vec{a}'$, $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ coplanaires : (schéma 12).

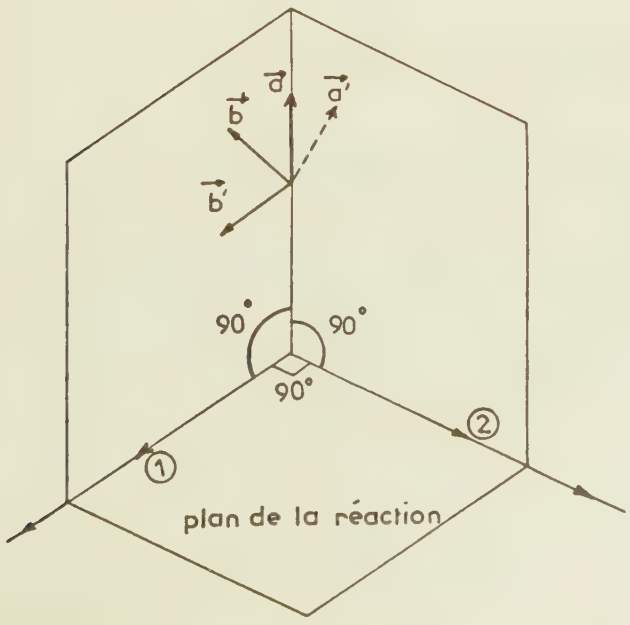


Schéma 12

$\vec{a}$ est perpendiculaire au plan de la réaction $\vec{a}$, $\vec{a}'$, $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ se trouvant dans le plan formé par la direction du proton sortant et la perpendiculaire au plan de la réaction. $P(\vec{a},\vec{b})$ et $P(\vec{a},\vec{b}')$ sont mesurables avec notre dispositif expérimental car $\vec{a}$ est perpendiculaire à la direction du proton sortant et $\vec{b}$ et $\vec{b}'$ sont perpendiculaires à la direction du proton de recul. Par contre $P(\vec{a}',\vec{b})$ et $P(\vec{a}',\vec{b}')$ ne seront pas mesurables car $\vec{a}'$ n'est pas perpendiculaire à la direction du proton sortant. On peut trouver deux vecteurs $\vec{b}_1$ et $\vec{b}'_1$ dans ce même plan et tels que :

$$(\vec{a},\vec{b}_1) = (\vec{a}',\vec{b})$$

et

$$(\vec{a},\vec{b}'_1) = (\vec{a}',\vec{b}') \ .$$

$P(\vec{a},\vec{b}_1)$ et $P(\vec{a},\vec{b}'_1)$ sont mesurables. Considérons :

$$A = |P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| + |P(\vec{a}',\vec{b}) + P(\vec{a}',\vec{b}')| \ .$$

Nous aurons :

$$|P(\vec{a}',\vec{b}) + P(\vec{a}',\vec{b}')| \geqslant |P(\vec{a},\vec{b}_1) + |P(\vec{a},\vec{b}'_1)| - 4g_o$$

donc :

$$A \geqslant |P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| + |P(\vec{a},\vec{b}_1) + P(\vec{a},\vec{b}'_1)| - 4g_o \ .$$

Si l'inégalité de Bell est vérifiée $A \leqslant 2$, donc :

$$|P(\vec{a},\vec{b}) - P(\vec{a},\vec{b}')| + |P(\vec{a},\vec{b}_1) + P(\vec{a},\vec{b}'_1)| \leqslant 2 + 4\,g_o \ .$$

Nous avons ainsi obtenu, à partir de l'inégalité de Bell et des considérations générales, une inégalité qui s'applique aux résultats de notre expérience. Donc nous pourrons garder fixe la direction d'un des polarimètres perpendiculairement au plan de la réaction et changer l'orientation de l'autre.

Appelons $\phi_1 = (\vec{a},\vec{b})$, $\phi_2 = (\vec{a},\vec{b}')$, $\phi_3 = (\vec{a},\vec{b}_1)$ et $\phi_4 = (\vec{a},\vec{b}'_1)$; nous aurons :

$$|P(\phi_1) - P(\phi_2)| + |P(\phi_3) + P(\phi_4)| \leqslant 2 + 4g_o \ .$$

En choisissant des valeurs particulières pour ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 et ϕ_4 nous obtiendrons (voir chap. I) :

$$|P(30°)| \leq \frac{2}{3} + \frac{4g_o}{3} ,$$

$$|P(45°)| \leq \frac{1}{2} + g_o ,$$

$$|P(60°)| \leq \frac{2-|P(0°)|}{3} + \frac{4g_o}{3} .$$

Jusqu'ici, l'argumentation faite est parfaitement générale et nous n'avons utilisé aucune hypothèse supplémentaire. Mais, si l'on veut effectivement obtenir les limites compatibles avec l'inégalité de Bell, il faut estimer la valeur de g_o.

La diffusion des protons polarisés sur une cible polarisée permet de dire que la probabilité de la diffusion triplet est faible ($\sim$ 2 %). Comme la fonction de corrélation de la diffusion singulet est invariante par rotation, on peut estimer que la partie non invariante de la fonction de corrélation est majorée par la probabilité de la diffusion triplet. Ceci est une hypothèse, raisonnable certes, mais non vérifiable avec notre dispositif expérimental.

Nous pouvons énoncer ainsi cette hypothèse :

Ho La fonction de corrélation de spin dans la diffusion proton-proton vers 13-14 MeV est presque invariante par rotation. On peut la mettre sous la forme :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = f(\phi) + g(\vec{a},\vec{b})$$

où ϕ est l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et $|g(\vec{a},\vec{b})| \leq 0.02$.

Dans le tableau 2 nous comparons les valeurs prévues de la fonction $P(\vec{a},\vec{b})$ par la mécanique quantique, aux limites supérieures permises par l'inégalité de Bell, calculées suivant l'hypothèse

Tableau 2

$P(\phi)$ / ϕ	M.Q. $\lvert C_{nn} \rvert \cos\phi \simeq 0{,}95 \cos\phi$	limites Bell
0°	0,95	$P(0°) \sim 1$
30°	0,83	0,69
45°	0,67	0,52
60°	0,475	0,37
90°	0	0,02

VII. Discussion des conditions de temps.

Nous avons vu que le temps de vie de l'état intermédiaire dans la diffusion proton sur proton est extrêmement court (10^{-22} seconde). Les deux protons peuvent être considérés comme deux systèmes complètement séparés quand ils pénètrent dans les polarimètres. Leur longueur de cohérence τv est de l'ordre de 4×10^{-13}cm, longueur qui est complètement négligeable devant les dimensions de notre dispositif expérimental ($\sim$ 7 cm). *On constate donc qu'une des conditions de temps de l'expérience idéale :*

$\tau v \ll L$

est tout à fait bien remplie dans notre expérience. Ceci n'est pas le cas des expériences réalisées avec des photons comme le montre le tableau 3

Tableau 3

Expérience	$\tau v/L$
P-P	$\sim 10^{-13}$
annihilation $e^+ e^-$	$\sim 1/2$
cascade atomique	~ 1

Le temps de vol des protons dans les polarimètres ($\sim$ 0,35 ns) est du même ordre de grandeur - mais plus grand - que le temps mis par un signal éventuel pour aller d'un polarimètre à l'autre ($\sim$ 0,2 ns pour des signaux se propageant avec la vitesse de la lumière). Donc en principe les deux particules peuvent "s'informer de ce qui leur arrive". Notre expérience ne satisfait pas à la condition $t_v c < L$.

De même le changement aléatoire des directions des polarimètres n'est pas réalisé dans notre expérience. On supposera donc :

$\mathcal{H}_1$ La possibilité d'échange d'informations entre les particules pendant leur temps de vol et les positions fixes des polariseurs n'affectent pas les résultats de la mesure.

VIII. Discussion des conditions d'efficacité

La cinématique de la diffusion proton sur proton est une cinématique à deux corps : il y a une corrélation parfaite entre les directions des protons qui sortent de la cible d'hydrogène et qui arrivent sur les polarimètres. A chaque proton diffusé arrivant sur un polarimètre, correspond un proton de recul arrivant sur l'autre : notre expérience satisfait ainsi une des conditions de l'expérience idéale. En fait, à cause des pertes d'énergie dues à la

diffusion multiple des protons dans la cible d'hydrogène, la corrélation parfaite entre les directions du proton sortant et du proton de recul est légèrement détruite ; néanmoins, tant que cette perte d'énergie reste faible, les directions des deux protons seront fortement corrélées.

L'efficacité des détecteurs de protons est de 100 %. Tout proton arrivant sur le détecteur donne naissance à un signal qui est amplifié et compté. Notre expérience est la seule, parmi toutes les expériences testant les inégalités de Bell, qui possède cette propriété.

La transmission des polarimètres est faible (de quelques 10^{-5} comme nous le verrons dans les chapitres suivants) ; ceci veut dire qu'une grande partie des protons diffusés sur l'hydrogène n'arrive pas sur les détecteurs. Le pouvoir d'analyse de nos polarimètres est de l'ordre de 0,70 : la séparation entre les deux sous-états magnétiques n'est pas parfaite. De ces deux points de vue, nous sommes placés dans des conditions similaires à celles de l'expérience de corrélation γ-γ dans l'annihilation du positron. Le produit $T_1T_2\varepsilon_1\varepsilon_2P_1P_2 = T_1T_2P_1P_2$ est extrêmement faible pour notre expérience. Donc, sans hypothèses supplémentaires, nous ne pouvons pas comparer nos résultats expérimentaux aux limites de l'inégalité de Bell. Pour bien montrer la nécessité de ces hypothèses, nous construirons d'abord un modèle de variables cachées locales reproduisant les prédictions de la mécanique quantique pour un appareil réaliste. Nous formulerons après les hypothèses et nous montrerons qu'elles suffisent pour qu'on puisse comparer les résultats de mesure obtenus avec un appareil réaliste aux limites de l'inégalité.

VIII.1. Construction d'un modèle de variables cachées locales reproduisant les prédictions de la mécanique quantique pour un appareil réel.

Nous supposerons que l'état intermédiaire (dans notre expérience l'état de diffusion) est un état singulet pur donc que sa fonction de corrélation prédite par la mécanique quantique est - cos $(\vec{a},\vec{b})$, $\vec{a}$ et $\vec{b}$ étant les directions des polarimètres. Cette restriction n'enlève rien à la généralité du modèle que nous construirons, mais simplifiera l'écriture des formules. Si P_1 et P_2 sont les pouvoirs d'analyse des polarimètres, T_1 et T_2 leur transmission, la mécanique quantique prédit les valeurs suivantes pour les taux de comptage en coïncidence :

$$\left.\frac{4N^{GG}(\vec{a},\vec{b})}{N_o}\right|_{M.Q} = \left.\frac{4N^{DD}(\vec{a},\vec{b})}{N_o}\right|_{M.Q.} = T_1T_2\left[1-P_1P_2\cos(\vec{a},\vec{b})\right]$$

$$\frac{4N^{GD}(\vec{a},\vec{b})}{N_o}\Bigg|_{M.Q.} = \frac{4N^{DG}(\vec{a},\vec{b})}{N_o}\Bigg|_{M.Q} = T_1T_2\left[1 + P_1P_2\cos(\vec{a},\vec{b})\right]$$

et

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b})\Big|_{M.Q.} = \frac{N^{GG} + N^{DD} - N^{DG} - N^{GD}}{N^{GG} + N^{DD} + N^{DG} + N^{GD}} = -P_1P_2\cos(\vec{a},\vec{b}) .$$

N_o est le nombre de protons qui arrivent sur les polarimètres.

On va donc construire un modèle de variables cachées qui reproduira les prédictions ci-dessus.

Supposons qu'un appareil idéal existe, avec une transmission et un pouvoir d'analyse égaux à l'unité. La variable cachée $\vec{\lambda}$ est un vecteur unitaire dont la direction est uniformément distribuée dans le plan :

$\rho(\vec{\lambda}) = \frac{1}{2\pi}$ et $-\pi \leqslant \arccos(\vec{\lambda}.\vec{O}) \leqslant \pi$ où $\vec{O}$ est un vecteur quelconque dans ce plan.

On écrit les probabilités de réponse d'un appareil idéal:

$$p^{id}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) + p^{id}_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda}) = 1$$

$$p^{id}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) - p^{id}_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda}) = A(\vec{a},\lambda) = \text{sign}\,(\vec{a},\lambda)$$

$$p^{id}_{2G}(\vec{b},\vec{\lambda}) + p^{id}_{2D}(\vec{a},\vec{\lambda}) = 1$$

et

$$p^{id}_{2G}(\vec{b},\vec{\lambda}) - p^{id}_{2D}(\vec{b},\vec{\lambda}) = B(\vec{b},\vec{\lambda}) = -\text{sign}\,(\vec{b},\vec{\lambda})$$

où les p sont les probabilités de réponse des détecteurs, les indices 1 et 2 se rapportent aux deux polarimètres et les indices G et D désignent les détecteurs gauche et droit des polarimètres. On aura alors pour les taux de comptage en coïncidence :

$$N^{GG}\Big|_{\text{idéal}} = N_o \int p^{id}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda})\; p^{id}_{2G}(\vec{b},\lambda)\; \rho(\lambda)d\lambda$$

etc.

et

$$P_{\text{idéal}}(\vec{a},\vec{b}) = -(1 - \frac{2|\phi|}{\pi}) \quad \text{avec} \quad \phi \text{ l'angle entre } \vec{a} \text{ et } \vec{b} .$$

Bien sûr, cette fonction de corrélation de l'appareil idéal vérifie l'inégalité de Bell.

Nous écrivons les probabilités de réponse d'un appareil réel par :

$$p^{r}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) + p^{r}_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda}) = T_1(\vec{a},\vec{\lambda}) \left[p^{id}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) + p^{id}_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda})\right]$$

$$= T_1(\vec{a},\vec{\lambda})$$

$$p^{r}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) - p^{r}_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda}) = T_1(\vec{a},\vec{\lambda})\, P_1(\vec{a},\vec{\lambda}) \left[p^{id}_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) - p^{id}_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda})\right]$$

$$= T_1(\vec{a},\vec{\lambda})\, P_1(\vec{a},\vec{\lambda})\, A(\vec{a},\vec{\lambda})$$

et de la même manière :

$$p^{r}_{2G}(\vec{b},\vec{\lambda}) + p^{r}_{2D}(\vec{b},\vec{\lambda}) = T_2(\vec{b},\vec{\lambda})$$

$$p^{r}_{2G}(\vec{b},\vec{\lambda}) - p^{r}_{2D}(\vec{b},\vec{\lambda}) = T_2(\vec{b},\vec{\lambda})\, P_2(\vec{b},\vec{\lambda})\, B(\vec{b},\vec{\lambda})$$

où $T_1(\vec{a},\vec{\lambda})$ et $T_2(\vec{b},\vec{\lambda})$ sont les transmissions des polarimètres et $P_1(\vec{a},\vec{\lambda})$ et $P_2(\vec{b},\vec{\lambda})$ leurs pouvoirs d'analyse pour une particule munie de la variable cachée $\vec{\lambda}$.

Nous prendrons pour les transmissions et les pouvoirs d'analyses :

$$T_1(\vec{a},\vec{\lambda}) = \text{Cte} = T_1$$

$$T_2(\vec{b},\vec{\lambda}) = \text{Cte} = T_2$$

et

$$P_1(\vec{a},\vec{\lambda}) = \sqrt{\pi/2}\, P_1 \, |\cos(\vec{a},\vec{\lambda})|$$

$$P_2(\vec{b},\vec{\lambda}) = \sqrt{\pi/2}\, P_2$$

En remplaçant ces expressions dans les probabilités de réponse des appareils réels nous aurons :

$$p^r_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda}) = \frac{T_1}{2}\,(1 + P_1(\vec{a},\vec{\lambda})\ A(\vec{a},\vec{\lambda}))$$

$$= \frac{T_1}{2}\,(1 + \sqrt{\pi}/2\ P_1 |\cos(\vec{a},\vec{\lambda})|\,\mathrm{sign}(\vec{a},\vec{\lambda}))$$

$$= \frac{T_1}{2}\,[1 + \sqrt{\pi/2}\ P_1 \cos(\vec{a},\vec{\lambda})]$$

$$p^r_{1D}(\vec{a},\vec{\lambda}) = \frac{T_1}{2}\,[1 - \sqrt{\pi/2}\ P_1 \cos(\vec{a},\vec{\lambda})]$$

$$p^r_{2G}(\vec{b},\vec{\lambda}) = \frac{T_2}{2}\,[1 - \sqrt{\pi/2}\ P_2\ \mathrm{sign}(\vec{b}.\vec{\lambda})]$$

$$p^r_{2D}(\vec{b},\vec{\lambda}) = \frac{T_2}{2}\,[1 + \sqrt{\pi/2}\ P_2\ \mathrm{sign}(\vec{b}.\vec{\lambda})]$$

Un tel modèle de variables cachées est manifestement local.

On peut calculer les taux de comptage en coïncidence :

$$N_{GG}(\vec{a},\vec{b})/N_o = \int p^r_{1G}(\vec{a},\vec{\lambda})\ p^r_{2g}(\vec{b},\vec{\lambda})\ \rho(\lambda)d\lambda$$

$$\frac{N_{GG}(\vec{a},\vec{b})}{N_o} = \frac{N_{oo}(\vec{a},\vec{b})}{N_o} = \frac{T_1T_2}{4}\,[1 - P_1P_2 \cos(\vec{a},\vec{b})]$$

$$\frac{N_{GD}(\vec{a},\vec{b})}{N_o} = \frac{N_{DG}(\vec{a},\vec{b})}{N_o} = \frac{T_1T_2}{4}\,[1 + P_1P_2 \cos(\vec{a},\vec{b})]$$

et

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b}) = \frac{N_{GG} + N_{DD} - N_{GD} - N_{DG}}{N_{GG} + N_{DD} + N_{GD} + N_{DG}} = - P_1P_2 \cos(\vec{a},\vec{b})\ .$$

On voit que ce modèle de variables cachées locales reproduit les prédictions de la mécanique quantique. La limite de validité de ce modèle peut s'obtenir facilement. En effet les probabilités de détection p^r_{1G}, p^r_{1D}, p^r_{2G} et p^r_{2D} doivent être comprises entre 0 et 1 . On obtient tout de suite :

$$0 \leqslant \frac{T_1}{2}\,(1 - \sqrt{\pi/2}\ P_1) \leqslant 1$$

et

$$0 \leqslant \frac{T_2}{2}\,(1 - \sqrt{\pi/2}\ P_2) \leqslant 1\ .$$

Comme T_1 et T_2 sont positifs on aura donc :

$$P_1 \text{ et } P_2 \leq \sqrt{2/\pi} \simeq 0{,}8.$$

Les pouvoirs d'analyse des polarimètres utilisés dans notre expérience sont de l'ordre de 0,7 et leurs transmissions sont de l'ordre de quelques 10^{-5}, donc dans les limites de validité d'un tel modèle de variables cachées. Ce modèle peut donc expliquer des résultats de mesure en accord avec la mécanique quantique, sans qu'on ait besoin de la non-localité. Ce type de modèle de variables cachées locales a été aussi construit pour les expériences d'annihilation de positron et les cascades atomiques.

Dans tous ces genres de modèles une "conspiration" est exhibée entre les variables cachées et les imperfections des appareils de mesure. Par exemple dans celui construit ci-dessus, on a mis en évidence une "conspiration" entre le pouvoir d'analyse des polarimètres et les variables cachées $\vec{\lambda}$, ou dans le modèle construit par Clauser et Horne [CL 74] une "conspiration" entre les efficacités des détecteurs et ces variables cachées.

Ce genre de modèle a un domaine de validité lié aux imperfections des appareils de mesure et impliquant une sorte de "discontinuité" dans les résultats de mesure en passant d'un appareil imparfait à un appareillage parfait, "discontinuité" qui semble difficilement explicable. En effet, il est très improbable que les variables cachées "conspirent" *toujours* et *différemment* d'une expérience à l'autre, pour que les résultats de la mesure soient toujours en accord avec la mécanique quantique.

VIII.2 Les hypothèses concernant l'efficacité de nos appareils.

Nous supposerons d'abord la possibilité de construction d'un analyseur de polarisation idéal pour les protons. En effet, par l'extrapolation des techniques connues actuellement, il n'est pas possible d'imaginer un tel analyseur. Nous rappelons que l'utilisation d'un aimant de Stern-Gerlach est exclue pour l'analyse de la projection de spin des particules chargées [MO 49]. Donc nous supposerons :

$\mathcal{H}_2$ - Il est possible de construire un analyseur de polarisation idéal pour les protons.

Ceci veut dire qu'il est possible de construire un analyseur avec une transmission, un pouvoir d'analyse et une efficacité de détection égaux à

l'unité.

Il faut maintenant formuler une hypothèse permettant de relier l'asymétrie des comptages mesurée avec un appareil réel, à la fonction de corrélation de spin. Nous supposerons :

$\mathcal{H}_3$-La transmission et le pouvoir d'analyse peuvent être considérés comme des constantes intrinsèques des appareils de mesure de la polarisation

On va voir que ces deux hypothèses sont suffisantes pour exclure toute "conspiration" entre les variables cachées et les imperfections des polarimètres.

On va se restreindre à un appareil réel (schéma 13) en tout point semblable à notre dispositif expérimental, mais ayant des angles solides infiniments petits. On supposera que les cibles sont infiniment minces et que la dispersion en énergie du faisceau incident et des faisceaux diffusés est négligeable. On caractérisera par $\vec{a}$ et $\vec{b}$ les axes suivant lesquels les polarimètres analysent les spins.

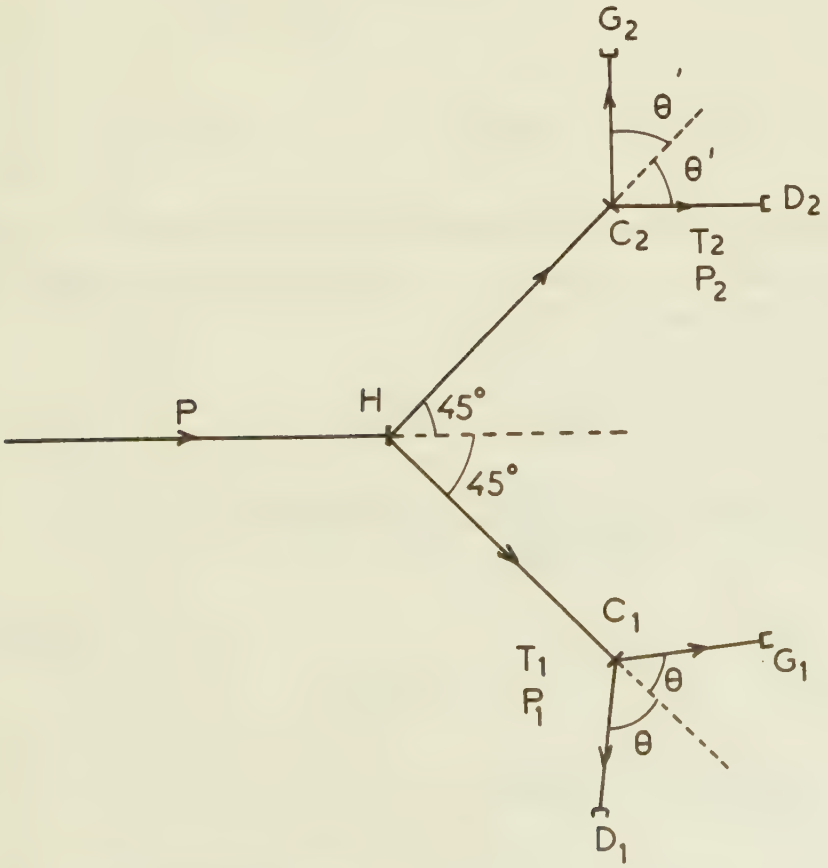


Schéma 13

Soient $p^{id}_{1D}(\vec{a},\lambda)$ et $p^{id}_{1G}(\vec{a},\lambda)$ les probabilités de détecter une particule caractérisée par la variable cachée λ dans le détecteur droit ou gauche du polarimètre idéal 1. Comme le polarimètre idéal 1 a une transmission et un pouvoir d'analyse de 100 % on aura :

$$p^{id}_{1D}(\vec{a},\lambda) + p^{id}_{1G}(\vec{a},\lambda) = 1$$

$$p^{id}_{1D}(\vec{a},\lambda) - p^{id}_{1G}(\vec{a},\lambda) = A(\vec{a},\lambda)$$

avec $|A(\vec{a},\lambda)| \leqslant \pm 1$. De même, pour le polarimètre idéal 2, on aura :

$$p^{id}_{2D}(\vec{b},\lambda) + p^{id}_{2G}(\vec{b},\lambda) = 1$$

$$p^{id}_{2D}(\vec{b},\lambda) - p^{id}_{2G}(\vec{b},\lambda) = B(\vec{b},\lambda)$$

avec

$$|B(\vec{b},\lambda)| \leqslant \pm 1$$

La fonction de corrélation sera :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \int A(\vec{a},\lambda)\, B(\vec{b},\lambda)\, \rho(\lambda) d\lambda$$

Comme d'après l'hypothèse $\mathscr{H}_3$, les transmissions et les pouvoirs d'analyse sont des constantes intrinsèques des polarimètres, on pourra écrire ces mêmes probabilités pour un polarimètre réel sous la forme :

$$\begin{aligned} p^{r}_{1D}(\vec{a},\lambda) + p^{r}_{1G}(\vec{a},\lambda) &= T_1\left[p^{id}_{1D}(\vec{a},\lambda) + p^{id}_{1G}(\vec{a},\lambda)\right] \\ &= T_1 \\ p^{r}_{1D}(\vec{a},\lambda) - p^{r}_{1G}(\vec{a},\lambda) &= T_1 P_1\left[p^{id}_{1D}(\vec{a},\lambda) - p^{id}_{1G}(\vec{a},\lambda)\right] \\ &= T_1 P_1\, A(\vec{a},\lambda) \\ p^{r}_{2D}(\vec{b},\lambda) + p^{r}_{1G}(\vec{b},\lambda) &= T_2 \end{aligned}$$

et

$$p^{r}_{2D}(\vec{b},\lambda) - p^{r}_{1G}(\vec{b},\lambda) = T_2 P_2\, B(\vec{b},\lambda)$$

Les probabilités de détection en coïncidence - si le modèle de variables

cachées est local - pourront s'écrire :

$$P_{DD}(\vec{a},\vec{b},\lambda) = p^{r}_{1D}(\vec{a},\lambda)\ p^{r}_{2D}(\vec{b},\lambda)$$

$$= \frac{T_1T_2}{4}\left[1+P_1A(\vec{a},\lambda)\right]\left[1+P_2B(\vec{b},\lambda)\right]$$

$$P_{DG}(\vec{a},\vec{b},\lambda) = p^{r}_{1D}(\vec{a},\lambda)\ p^{r}_{2G}(\vec{b},\lambda)$$

$$= \frac{T_1T_2}{4}\left[1+P_1A(\vec{a},\lambda)\right]\left[1-P_2B(\vec{b},\lambda)\right]$$

etc.

Pour un nombre N_o suffisamment important de particules arrivant sur les polarimètres, on aura :

$$N_{DD}(\vec{a},\vec{b}) = N_o \int p^{r}_{DD}(\vec{a},\vec{b},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda$$

$$= N_o \frac{T_1T_2}{4}\Big(1 + P_1P_2 \int A(\vec{a},\lambda)\ B(\vec{b},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda$$

$$+ P_1 \int A(\vec{a},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda + P_2 \int B(\vec{b},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda\Big)$$

comme

$$P(\vec{a},\vec{b}) = \int A(\vec{a},\lambda)\ B(\vec{b},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda$$

et

$$\int A(\vec{a},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda = \int B(\vec{b},\lambda)\ \rho(\lambda)d\lambda = 0$$

on aura

$$N_{DD}(\vec{a},\vec{b}) = N_o\frac{T_1T_2}{4}\left[1 + P_1P_2\ P(\vec{a},\vec{b})\right];$$

de même

$$N_{GG}(\vec{a},\vec{b}) = N_o\frac{T_1T_2}{4}\left[1+P_1P_2\ P(\vec{a},\vec{b})\right]$$

et

$$N_{GD}(\vec{a},\vec{b}) = N_{DG}(\vec{a},\vec{b}) = N_O\frac{T_1T_2}{4}\left[1-P_1P_2\ P(\vec{a},\vec{b})\right]$$

On obtient alors :

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b}) = \frac{N_{DD} + N_{GG} - N_{DG} - N_{GD}}{N_{DD} + N_{GG} + N_{DG} + N_{GD}}$$

$$= P_1 P_2 \, P(\vec{a},\vec{b})$$

Nous avons donc relié $P_{mes}(\vec{a},\vec{b})$, qui est l'asymétrie des comptages, à la fonction de corrélation de spin. En mesurant les taux de comptage et les pouvoirs d'analyse, on pourra donc déterminer $P(\vec{a},\vec{b})$.

On peut faire les remarques suivantes :

1) Le contre exemple construit précédemment montre que ces hypothèses sont nécessaires si l'on veut déduire, des taux de comptages, la fonction de corrélation de spin et de voir si elle est compatible ou non avec l'inégalité de Bell.

2) L'hypothèse $\mathcal{H}_3$ exprime le fait que si les variables cachées existent, elles ne déterminent pas d'une manière corrélée la fonction de corrélation de spin et les propriétés moyennes des appareils de mesure, à savoir leur pouvoir d'analyse et leur transmission. Cette hypothèse est raisonnable : en effet pour deux appareils de mesure réalistes on vérifie que :

$$\frac{N'_{DD}(\vec{a},\vec{b})}{N'_o} \Big/ \frac{N_{DD}(\vec{a},\vec{b})}{N_o} = \frac{T'_1 \, T'_2 (1 + P'_1 \, P'_2 \, P(\vec{a},\vec{b})}{T_1 \, T_2 \big(1 + P_1 \, P_2 P(\vec{a},\vec{b})\big)}.$$

et des expressions similaires pour les autres taux de comptage où les quantités primées correspondent à un appareil de mesure et les quantités non primées à l'autre. On constate aussi que l'asymétrie des taux de comptages, une fois divisée par les pouvoirs d'analyse, est une constante ne dépendant que des directions des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et non des appareils de mesure. Il est donc raisonnable de penser que cette propriété persiste quand on passe d'un appareil réel à un appareil idéal.

3) Les transmissions des polarimètres (rapport du nombre des protons détectés à celui des protons incidents) sont proportionnelles à la section efficace de diffusion des protons sur les cibles de ces polarimètres, le coefficient de la proportionnalité étant le produit de l'épaisseur de la cible par l'angle solide des détecteurs.

4) On s'est restreint dans cette partie à une géométrie infinitésimale et parfaitement symétrique. Pour le passage à une géométrie finie, il faut in-

troduire, dans l'expression des taux de comptage, la variation des transmissions et des pouvoirs d'analyse avec l'angle de la diffusion et intégrer ces expressions sur les ouvertures angulaires. Comme la transmission dépend de l'angle de diffusion (la section efficace $^{12}C(p,p)$ n'est pas isotrope), une correction s'introduit dans la formule reliant $P_{mes}(\vec{a},\vec{b})$ et $P(\vec{a},\vec{b})$. Ce point sera discuté dans le chapitre III.

VIII.3. Comparaison des différents types d'expérience

Aucun des trois types d'expérience (annihilation du positron, cascade atomique et diffusion proton-proton) ne satisfait à l'ensemble des conditions d'efficacité requises pour une expérience idéale. Néanmoins, ces expériences peuvent être considérées comme complémentaires comme le montre le tableau 4 :

Tableau 4

	Corrélation parfaite entre les directions des particules	Transmission $T_1=T_2=$ 100 %	Pouvoir d'analyse $P_1=P_2=$ 100 %	Efficacité des détecteurs $\varepsilon_1=\varepsilon_2=$ 100 %	$T_1T_2\varepsilon_1\varepsilon_2P_1P_2 > \sqrt{2}/2$
annihilation $e^+ e^-$	oui	non	non	non	non
cascade atomique	non	oui	oui	non	non
diffusion p-p	oui	non	non	oui	non

Donc, des résultats d'aucune de ces trois expériences ne peuvent rejeter "les théories objectives locales" [CL 74] sans hypothèses supplémentaires, hypothèses raisonnables, certes, mais qui n'en demeurent pas moins non vérifiables.

Chapitre III

RELATION ENTRE L'ASYMETRIE MESUREE ET LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN LE CALCUL MONTE-CARLO

Les dimensions finies des cibles et des détecteurs introduisent un certain nombre de corrections dont il est nécessaire de tenir compte. Ce chapitre sera consacré, dans sa première partie, à l'établissement de la relation entre l'asymétrie mesurée et la fonction de corrélation de spin. On verra apparaître la corrélation géométrique. Un développement au premier ordre des transmissions en fonction de l'angle de diffusion nous donnera une méthode pour la mesure de cette corrélation géométrique. La seconde partie du chapitre est consacrée à la description du calcul Monte-Carlo, que nous avons effectué pour simuler notre dispositif expérimental. Les différents éléments intervenant dans ce calcul seront discutés.

I. Calcul de la formule reliant l'asymétrie des comptages à la fonction de corrélation de spin.

Dans le chapitre II, nous avons établi la relation entre les taux de

comptage en coïncidence, les transmissions et les pouvoirs d'analyse des polarimètres. Pour faire ce calcul nous nous étions limités à une géométrie parfaitement symétrique et infinitésimale.

Dans ce paragraphe,nous allons généraliser ces formules en tenant compte de l'effet des angles solides finis. Néanmoins, toutes les démonstrations qu'on y rencontre sont des démonstrations formelles ; les approximations admises seront énoncées sans justification ; elles seront discutées en détail et justifiées a posteriori dans le chapitre V quand nous donnerons les résultats du calcul Monte-Carlo.

Rappelons les expressions des taux de comptage pour la géométrie infinitésimale et symétrique :

$$N_{GG} = N_{DD} = N_o \frac{T_1 T_2}{4} \left[1 + P_1 P_2 \, P(\vec{a}, \vec{b})\right]$$

$$N_{GD} = N_{DG} = N_o \frac{T_1 T_2}{4} \left[1 + P_1 P_2 \, P(\vec{a}, \vec{b})\right]$$

Si nous passons maintenant à une géométrie finie, il faudra tenir compte de la variation de N_o, des transmissions et des pouvoirs d'analyse avec les angles de diffusion des protons (sur la cible d'hydrogène et sur les cibles des polarimètres), et intégrer ces expressions de taux de comptage sur les ouvertures géométriques. Sur le schéma 14, nous avons représenté les angles, les détecteurs etc.

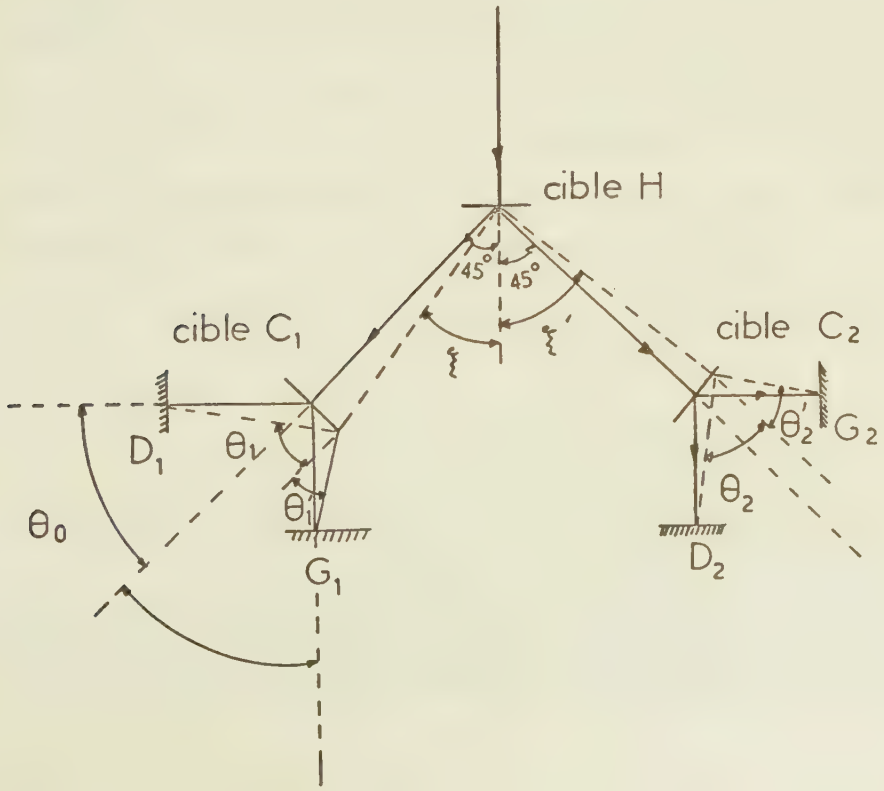


Schéma 14.

ξ et ξ' sont respectivement les angles formés par la direction du proton diffusé et celle du proton de recul -à leur sortie de la cible d'hydrogène- avec la direction du faisceau incident. En l'absence de la dispersion angulaire due à la diffusion multiple on a $\xi + \xi' = 90°$ à cause de la cinématique.

Si l'on tient compte de la dispersion angulaire, les deux angles ξ et ξ' seront liés, non d'une manière exacte, mais statistiquement, avec une densité de probabilité (cette formule sera justifiée plus loin) :

$$y(\xi, \xi') = \text{Cte} \exp\left[\frac{(\xi + \xi' - \pi/2)^2}{2a^2}\right].$$

Sans dispersion angulaire,cette même densité de probabilité peut s'écrire :

$$y(\xi, \xi') = \delta(\xi + \xi' - \pi/2).$$

La section efficace de la diffusion proton-proton est stationnaire à 45° (les deux particules sont identiques), donc nous négligerons la variation de N_o avec ξ :

$$N_o(\xi) \sim \text{Cte} = N_o.$$

L'angle θ_1 ne dépend que de la position du centre du détecteur D_1, de la position de la cible C_1 et de l'angle ξ. La position de D_1 dépend de l'angle ϕ_1 du vecteur $\vec{a}$ avec la perpendiculaire au plan de la réaction (ϕ_1 est l'angle entre le plan du polarimètre et le plan de la réaction); C_1 étant fixe, θ_1 sera donc une fonction de ϕ_1 et ξ :

$$\theta_1 = f_1(\phi_1, \xi).$$

De même :

$$\theta_1' = f_1'(\phi_1, \xi)$$

$$\theta_2 = f_2(\phi_2, \xi')$$

$$\theta_2' = f_2'(\phi_2, \xi')$$

où ϕ_2 est l'angle entre $\vec{b}$ et la perpendiculaire au plan de la réaction. Les fonctions f_1, f_2, f_1', f_2' peuvent être facilement calculées.

Les transmissions et les pouvoirs d'analyse dépendent de l'angle de diffusion des protons sur les cibles des polarimètres. On peut donc écrire :

$$dN_{DD} = N_o \frac{T_1(\theta_1)\ T_2(\theta_2)}{4} \left[1 + P_1(\theta_1)\ P_2(\theta_2)\ P(\vec{a},\vec{b})\right] \times y(\xi,\ \xi')\ d\xi\ d\xi'$$

$$dN_{GG} = N_o \frac{T_1(\theta_1')\ T_2(\theta_2')}{4} \left[1 + P_1(\theta_1')\ P_2(\theta_2')\ P(\vec{a},\vec{b})\right] \times y(\xi,\ \xi')\ d\xi\ d\xi'$$

$$dN_{DG} = N_o \frac{T_1(\theta_1)\ T_2(\theta_2')}{4} \left[1 - P_1(\theta_1)\ P_2(\theta_2')\ P(\vec{a},\vec{b})\right] \times y(\xi,\ \xi')\ d\xi\ d\xi'$$

$$dN_{GD} = N_o \frac{T_1(\theta_1')\ T_2(\theta_2)}{4} \left[1 - P_1(\theta_1')\ P_2(\theta_2)\ P(\vec{a},\vec{b})\right] \times y(\xi,\ \xi')\ d\xi\ d\xi'$$

Les transmissions sont proportionnelles à la section efficace, intégrée sur la surface des détecteurs, de la diffusion des protons sur la cible du polarimètre. De même les pouvoirs d'analyse doivent être moyennés sur la surface des détecteurs. Cette séparation entre l'intégration par rapport à θ_1-θ_2 et l'intégration sur la surface des détecteurs est justifiée car l'angle solide des détecteurs, vu par un point quelconque des cibles C_1 ou C_2, est très grand et reste approximativement constant pour une faible variation de θ_1 ou θ_2. Donc les transmissions et les pouvoirs d'analyse ne dépendent -en première approximation- que de l'angle moyen de la diffusion θ_1 ou θ_2.

Avec ces approximations, on voit qu'il ne reste à intégrer que les taux de comptage par rapport à ξ et ξ'. Nous allons définir :

$$\left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{DD} = \iint d\xi\ d\xi'\ y(\xi,\ \xi')\ T_1(\theta_1)\ T_2(\theta_2)$$

$$\left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{DD} = \frac{\iint d\xi\ d\xi'\ y(\xi,\ \xi')\ T_1\ T_2\ P_1\ P_2}{\left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{DD}}$$

etc. Ces valeurs moyennes dépendent des angles ϕ_1 et ϕ_2.

Comme on intègre symétriquement par rapport à la position moyenne, on en

déduit tout de suite que :

$$\left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{DD} = \left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{GG} \quad \left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{DD} = \left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{GG}$$

$$\left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{GD} = \left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{DG} \quad \left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{DG} = \left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{GD}$$

On pose :

$$X = \left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{DD}\ ,\ X' = \left[\overline{T_1\ T_2}\right]_{GD}\ ,\ \left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{DD} = Y \text{ et } \left[\overline{P_1\ P_2}\right]_{GD} = Y'$$

Les taux de comptage pourront donc s'écrire sous la forme :

$$N_{DD} = N_{GG} = \frac{N_o}{4} X \left[1 + Y\ P(\vec{a},\vec{b})\right]$$

$$N_{GD} = N_{DG} = \frac{N_o}{4} X' \left[1 - Y' P(\vec{a},\vec{b})\right]$$

et l'asymétrie mesurée :

$$P_{mes}\ (\vec{a},\vec{b}) = \frac{N_{DD} + N_{GG} - N_{DG} - N_{GD}}{N_{DD} + N_{GG} + N_{DG} + N_{GD}}$$

$$= \frac{X - X' + P(\vec{a},\vec{b})\left[XY + X'Y'\right]}{X + X' + P(\vec{a},\vec{b})\left[XY - X'Y'\right]}$$

On définit la corrélation géométrique par :

$$C_g(\phi_1,\ \phi_2) = \frac{X - X'}{X + X'}.$$

Nous appellerons :

$$\overline{P_1\ P_2} = \frac{Y + Y'}{2}$$

la valeur moyenne des deux produits des pouvoirs d'analyse et leur différence.

$$\overline{\Delta P} = \frac{Y - Y'}{2}$$

Nous aurons alors :

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b}) = \frac{C_g(\phi_1,\ \phi_2) + P(\vec{a},\vec{b})\left|\overline{P_1\ P_2} + \overline{\Delta P}\ C_g(\phi_1,\ \phi_2)\right|}{1 + P(\vec{a},\vec{b})\left|\overline{\Delta P} + \overline{P_1\ P_2}\ C_g(\phi_1,\ \phi_2)\right|}$$

En remarquant que $\overline{\Delta P}$ et C_g sont des corrections petites devant 1, on obtient en développant au premier ordre l'expression ci dessus :

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b}) \sim \overline{P_1\ P_2}\ P(\vec{a},\vec{b}) + C_g(\phi_1, \phi_2)\left|1 - \overline{P_1\ P_2}^{\,2}\ P^2(\vec{a},\vec{b})\right|.$$

$$- \overline{\Delta P}\ P^2(\vec{a},\vec{b})$$

$\overline{\Delta P}$ est une correction très faible inférieure à 1 % dans le cas le plus défavorable où les deux polarimètres sont dans le plan de la réaction. On peut donc supposer que $\overline{|P_1\ P_2|}_{DD}$ et $\overline{|P_1\ P_2|}_{DG}$ sont égaux ; ils ne dépendront donc pas des angles ϕ_1 et ϕ_2. Si l'on pose $N = \overline{P_1\ P_2}$ on peut écrire :

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b}) \sim N\ P(\vec{a},\vec{b}) + C_g(\phi_1, \phi_2)\left|1 - N^2\ P^2(\vec{a},\vec{b})\right|$$

On peut caractériser les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ par des angles ϕ_1 et ϕ_2 en posant :

$$F_{mes}(\phi_1, \phi_2) = P_{mes}(\vec{a}, \vec{b}) \quad \text{et} \quad f(\phi_1, \phi_2) = P(\vec{a},\vec{b})$$

on obtiendra

$$F_{mes}(\phi_1, \phi_2) \sim N\ f(\phi_1, \phi_2) + C_g(\phi_1, \phi_2)\left|1 - N^2\ f^2(\phi_1, \phi_2)\right|$$

Nous pouvons tout de suite remarquer, sur la dernière formule, qu'on mesure toujours une fonction qui dépend en même temps du pouvoir d'analyse des polarimètres, de la corrélation géométrique et de la fonction de corrélation de spin qu'on cherche à déterminer. Pour déduire celle-ci, il faut donc mesurer ou estimer N et C_g. La mesure de N revient en quelque sorte à la mesure des pouvoirs d'analyse ; nous montrerons la méthode utilisée pour leur mesure dans les paragraphes décrivant l'expérience. La mesure ou l'évaluation de la corrélation géométrique sont moins immédiates ; il est nécessaire de développer son expression pour pouvoir donner des méthodes pour son évaluation.

II. La corrélation géométrique.

La corrélation géométrique a été définie précédemment par :

$$C_g(\phi_1, \phi_2) = \frac{\overline{|T_1\ T_2|}_{DD} - \overline{|T_1\ T_2|}_{DG}}{\overline{|T_1\ T_2|}_{DD} + \overline{|T_1\ T_2|}_{DG}}$$

où $|\overline{T_1\ T_2}|_{DD}$ et $|\overline{T_1\ T_2}|_{DG}$ sont les valeurs moyennes du produit des transmissions avec :

$$|\overline{T_1\ T_2}|_{DD} = \iint d\xi\ d\xi'\ y(\xi,\ \xi')\ T_1(\theta_1)\ T_2(\theta_2)$$

et

$$|\overline{T_1\ T_2}|_{DG} = \iint d\xi\ d\xi'\ y(\xi,\ \xi')\ T_1(\theta_1)\ T_2(\theta_2')$$

Pour calculer la corrélation géométrique, il faudra donc estimer les deux valeurs moyennes ci-dessus. Nous nous limiterons à un développement du premier ordre qui nous donnera une expression simple pour la valeur de cette corrélation ; on vérifiera a posteriori la validité de cette expression par le calcul Monte-Carlo. Ecrivons :

$$T_1(\theta_1) = T_1(\theta_o) + (\theta_1 - \theta_o) \left.\frac{dT_1}{d\theta}\right|_{\theta=\theta_o}$$

$$= T_1(\theta_o)\left[1 + \alpha(\theta_1 - \theta_o)\right]$$

où

$$\alpha\ T_1(\theta_o) = \left.\frac{dT_1}{d\theta}\right|_{\theta=\theta_o}$$

de même

$$T_2(\theta_2) = T_2(\theta_o)\left[1 + \beta(\theta_2 - \theta_o)\right]$$

et

$$T_2(\theta_2') = T_2(\theta_o)\left[1 + \beta(\theta_2' - \theta_o)\right]$$

avec

$$\beta\ T_2(\theta_o) = \left.\frac{dT_2}{d\theta}\right|_{\theta=\theta_o}$$

α et β mesurent respectivement la variation de la transmission de chacun des deux polarimètres avec l'angle de la diffusion. Si les cibles des polarimètres sont identiques, on a $\alpha = \beta$, sinon α et β sont différents.

Pour le calcul de la corrélation géométrique, il faut estimer :

$$A = \iint d\xi \, d\xi' \, y(\xi, \xi') \, (\theta_1 - \theta_o) \, (\theta_2 - \theta_o)$$

$$B = \iint d\xi \, d\xi' \, y(\xi, \xi') \, (\theta_1 - \theta_o) \, (\theta_2' - \theta_o)$$

et

$$C = \iint d\xi \, d\xi' \, y(\xi, \xi')$$

On aura alors :

$$C_g(\phi_1, \phi_2) = \frac{\alpha\beta(A - B)}{2C + \alpha\beta(A + B)} .$$

On va exprimer maintenant les angles θ_1, θ_2 et θ_2' en fonction de ξ, ϕ_1, ξ' et ϕ_2. Sur le schéma 15 nous avons présenté un des deux polarimètres.

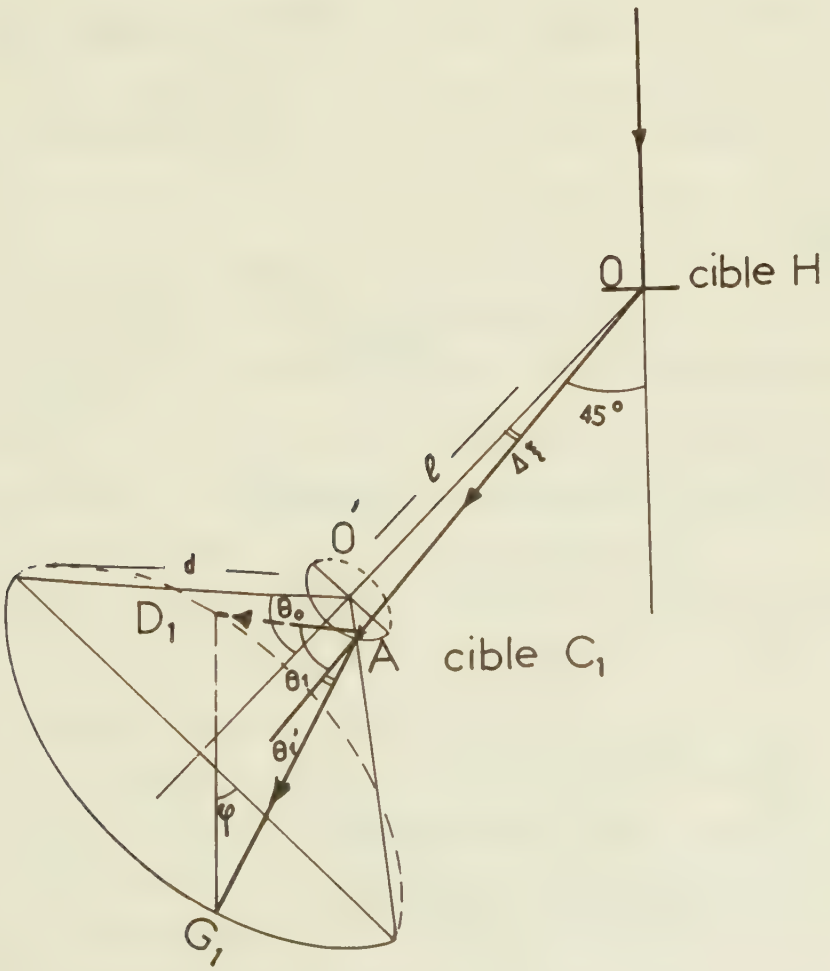


Schéma 15.

Les notations sont les suivantes :

. distance entre le centre de la cible d'hydrogène et le centre de la cible C_1 $OO' = \ell$.

. distance entre O' et le centre des détecteurs : $O'G_1 = O'D_1 = d$.

. angle moyen de diffusion sur C_1 : θ_o, $\Delta\xi = \xi - 45°$.

A est un point quelconque sur la cible C_1. O'A est caractérisé par sa projection x sur le plan moyen de la réaction et par sa projection y sur la perpendiculaire à ce plan. On a donc :

$$\Delta\xi \sim \frac{|O'A|}{\ell} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\ell} .$$

On obtient alors, par de simples calculs, et en première approximation :

$$\theta_1 - \theta_o \sim \frac{-x \cos\theta_o}{d} \left(1 + \frac{d}{\ell \cos\theta_o}\right) \cos\phi_1 - \frac{y \cos\theta_o}{d} \left(1 + \frac{d}{\ell \cos\theta_o}\right) \sin\phi_1$$

$$\theta'_1 - \theta_o \sim \frac{+x \cos\theta_o}{d} \left(1 + \frac{d}{\ell \cos\theta_o}\right) \cos\phi_1 + \frac{y \cos\theta_o}{d} \left(1 + \frac{d}{\ell \cos\theta_o}\right) \sin\phi_1$$

et des expressions similaires pour $\theta_2 - \theta_o$ et $\theta'_2 - \theta_o$ en remplaçant x et y par x' et y'.

Si l'on appelle :

$$m = \frac{\cos\theta_o}{d} \left(1 + \frac{d}{\ell \cos\theta_o}\right)$$

on obtient :

$$\theta_1 - \theta_o \sim - m(x \cos\phi_1 + y \sin\phi_1)$$

$$\theta'_1 - \theta_o \sim + m(x \cos\phi_1 + y \sin\phi_1)$$

$$\theta_2 - \theta_o \sim - m(x' \cos\phi_2 + y' \sin\phi_2)$$

$$\theta'_2 - \theta_o \sim + m(x' \cos\phi_2 + y' \sin\phi_2)$$

On pose alors :

$$\overline{x^2} = \frac{\iint xx' \, f(\xi, \xi') \, d\xi' \, d\xi}{\iint f(\xi, \xi') \, d\xi' \, d\xi}$$

$$\overline{y^2} = \frac{\iint yy' \, f(\xi, \xi') \, d\xi' \, d\xi}{\iint f(\xi, \xi') \, d\xi' \, d\xi}$$

$$\overline{xy} = \frac{\iint xy' \, f(\xi, \xi') \, d\xi' \, d\xi}{\iint f(\xi, \xi') \, d\xi' \, d\xi}$$

Comme les surfaces des cibles C_1 et C_2 sont des cercles et comme $f(\xi,\xi')$ ξ') est une fonction symétrique de ξ et ξ' on a :

$$\overline{x^2} = \overline{y^2} = \frac{\overline{x^2} + \overline{y^2}}{2} = \frac{\bar{r}^2}{2}$$

et

$$\overline{xy} = 0$$

et on obtient :

$$A = C \frac{\bar{r}^2}{2} \, m^2(\cos \phi_1 \cos\phi_2 + \sin\phi_1 \sin\phi_2)$$

$$B = -C \frac{\bar{r}^2}{2} \, m^2(\cos\phi_1 \cos\phi_2 + \sin\phi_1 \sin\phi_2)$$

et :

$$C_g(\phi_1, \phi_2) \sim \alpha\beta \, \bar{r}^2 \, m^2(\cos\phi_1 \cos\phi_2 + \sin\phi_1 \sin\phi_2)$$

$$\sim \alpha\beta \, \bar{r}^2 \, m^2 \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

On voit que la corrélation géométrique a une structure très simple et est égale au produit des termes suivants :

. les dérivées des transmissions des polarimètres par rapport à l'angle de diffusion

. $m^2\bar{r}^2$ qui est un coefficient ne dépendant que de la géométrie et des caractéristiques de la cinématique proton-proton. Ce coefficient peut être interprété comme le carré d'une ouverture angulaire ;

. $\cos(\phi_1 - \phi_2)$ qui donne la dépendance de la corrélation géométrique avec les angles ϕ_1 et ϕ_2.

Nous pouvons remarquer que :

a) la corrélation géométrique est une mesure (indirecte) de l'anisotropie de la section efficace de diffusion des protons sur les cibles de polarimètres : elle est d'autant plus importante que la variation de la section efficace est plus grande ;

b) la corrélation géométrique est proportionnelle à $m^2\bar{r}^2$. Un désalignement des cibles C_1 et C_2 par rapport à leur position théorique diminue la

probabilité que le proton sortant et le proton de recul arrivent tous les deux respectivement sur les cibles C_1 et C_2 ;

c) si l'on a des cibles identiques dans les polarimètres (par exemple des cibles C_1) , nous aurons :

$$C_{g_{C_1-C_1}}(\phi_1, \phi_2) \sim \alpha^2 \bar{r}^2 m^2 \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

de même

$$C_{g_{C_2-C_2}}(\phi_1, \phi_2) \sim \beta^2 \bar{r}^2 m^2 \cos(\phi_1 - \phi_2)$$

on déduit tout de suite que :

$$\left[C_{g_{C_1-C_2}}(\phi_1, \phi_2)\right]^2 = \left[C_{g_{C_1-C_1}}(\phi_1, \phi_2)\right] \times \left[C_{g_{C_2-C_2}}(\phi_1, \phi_2)\right]$$

Cette formule nous permet d'évaluer la corrélation géométrique pour des cibles de carbone à partir des mesures de la corrélation géométrique tantale-tantale (les cibles des deux polarimètres sont en tantale) et la corrélation géométrique tantale-carbone (la cible d'un des polarimètres est en tantale et l'autre en carbone). En effet, comme le pouvoir d'analyse du tantale à basse énergie est nul, l'asymétrie des comptages, déduite dans le paragraphe précédent, ne sera pas autre chose que la corrélation géométrique. Donc ceci est une première méthode pour la mesure de la corrélation géométrique carbone-carbone ;

d) de la même manière si $P(\vec{a},\vec{b}) = 0$ on aura aussi :

$$P_{mes}(\vec{a},\vec{b}) = C_g(\phi_1, \phi_2)$$

Pour ceci, il suffit d'orienter l'un des polarimètres perpendiculairement au plan de la réaction. C'est une seconde méthode pour la mesure de la corrélation géométrique carbone-carbone.

III. Simulation du dispositif expérimental. Calcul Monte-Carlo.

III. 1. Motivations du calcul Monte-Carlo.

Le taux de comptage, dans une expérience de mesure de corrélation de spin, est très faible. Il est nécessaire de choisir des cibles épaisses et des angles solides grands pour obtenir une grande transmission des polarimètres. Mais une augmentation de la transmission entraîne généralement une diminution du pouvoir d'analyse : il faut donc trouver un compromis entre les deux. Il est donc nécessaire de calculer ces quantités, ainsi que d'autres telles que la corrélation géométrique, les spectres d'énergie etc. Ce type de calcul revient à l'évaluation d'une intégrale multiple : devant la dimension prohibitive de cette intégrale, la seule méthode de calcul est une méthode Monte-Carlo. Ce calcul nous permettra : i) d'optimiser les dimensions de l'appareil ; ii) de prévoir les valeurs qu'on doit obtenir pour la mesure des quantités annexes et de comparer ces valeurs calculées aux valeurs mesurées ; iii) de s'assurer qu'il n'y a pas d'erreur systématique dans les résultats expérimentaux.

Dans ce paragraphe nous décrirons rapidement la méthode de calcul de Monte-Carlo et son application à notre expérience.

III. 2. Ce que l'on veut estimer.

Considérons la probabilité de détection en coïncidenc N_{ij}, i et j représentent des détecteurs (gauche ou droite). Appelons $\sigma_o(E,\xi)$ la section efficace de la diffusion proton sur proton à l'énergie E et à l'angle θ_o, $\sigma_1(E_1,\theta_1)$ la section efficace de diffusion des protons sur la cible du polarimètre comportant le détecteur i à l'énergie E_1 et à l'angle θ_1, et $\sigma_2(E_2, \theta_2)$ la section efficace de diffusion des protons sur la cible du polarimètre comportant le détecteur j ; on appellera $P_1(E_1, \theta_1)$ et $P_2(E_2, \theta_2)$ les pouvoirs d'analyse de ces deux diffusions. Nous aurons :

$$N_{ij} = N_o \int \sigma_o(E,\xi)\sigma_1(E_1,\theta_1)\sigma_2(E_2,\theta_2)\ (1+f(\phi_1,\phi_2)P_1(E_1,\theta_1)P_2(E_2,\theta_2))\ d\Omega_o d\Omega_1 d\Omega_2 dE\ dE_1\ dE_2$$

où $f(\phi_1, \phi_2) = P(\vec{a},\vec{b})$ est la fonction de corrélation de spin, ϕ_1 et ϕ_2 étant les angles de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ avec la normale au plan de la réaction. L'intégrale se rapporte à l'ensemble des ouvertures géométriques et, à cause des pertes d'énergie dans les cibles et de la cinématique de la réaction, à toutes les énergies possibles. Nous allons expliciter d'une manière plus précise le domaine d'intégration.

Considérons un faisceau de protons monoénergétiques tombant sur la cible d'hydrogène ; l'impact du faisceau sur la cible a une forme déterminée par les diaphragmes de définition du faisceau. La diffusion du proton sur un noyau d'hydrogène peut se produire en un point quelconque de l'impact et à une profondeur quelconque dans la cible d'hydrogène. On voit tout de suite que l'énergie E, dans $\sigma_o(E,\xi)$, est définie par la profondeur à laquelle la réaction a eu lieu. Les deux protons sortants peuvent arriver sur les cibles des polarimètres : leurs directions sont corrélées par la cinématique de la diffusion proton sur proton. L'angle ξ est défini comme l'angle entre le faisceau incident et la direction qui rejoint les points d'impact sur la cible d'hydrogène et sur la cible d'un des polarimètres (il faut veiller à ce que l'autre direction corrélée arrive aussi sur la cible de l'autre polarimètre). En fait, les directions des deux protons sortant de la cible d'hydrogène ne sont pas corrélées complètement : la corrélation cinématique est partiellement détruite par la diffusion multiple (phénomène lié à la perte d'énergie des protons dans les cibles) ; les directions effectives des particules sont dispersées autour des directions définies par la cinématique.

Les protons arrivant sur les cibles des polarimètres peuvent être diffusés à une profondeur quelconque de ces cibles : les énergies E_1 et E_2 sont liées à la profondeur où les réactions ont lieu. Les angles θ_1 et θ_2 sont définis comme les angles entre les directions des protons arrivant sur les cibles des polarimètres et les directions des protons arrivant sur les détecteurs i et j. Ici aussi, nous devons tenir compte de la diffusion multiple et de la dispersion des angles θ_1 et θ_2 autour des directions définies par la géométrie. Dans le schéma 16 nous avons présenté les énergies et angles différents qui interviennent.

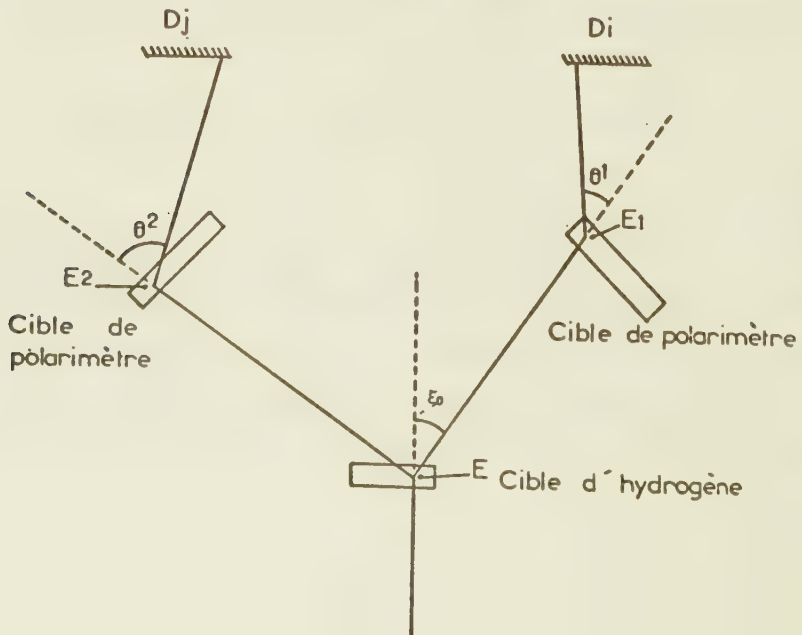


Schéma 16.

La probabilité N_{ij} peut s'écrire alors :

$$N_{ij} = N_o \int_{S_o}\int_{P_o}\int_{|S_1 \cap S_2|} \int_{\Delta\theta_o}\int_{\Delta\phi_o}\int_{P_1}\int_{P_2}\int\int_{S_j}\int_{\Delta\theta_1}\int_{\Delta\phi_1}\int_{\Delta\theta_2}\int_{\Delta\phi_2} \sigma_o(E,\xi)\sigma_1(E_1,\theta_1) \times$$

$$\sigma_2(E_2,\theta_2)\left[1+f(\phi_1,\phi_2)P_1(E_1,\theta_1)P_2(E_2,\theta_2)\right]d\Omega_o d\Omega,\ d\Omega_2\ dE_o dE,\ dE_2$$

où S_o est l'impact du faisceau sur la cible d'hydrogène, P_o l'épaisseur de cette cible, S_1 et S_2 les surfaces des cibles des polarimètres, $S_1 \cap S_2$ décrivant la région où la coïncidence angulaire cinématique est possible, $\Delta\theta_o$ et $\Delta\phi_o$ les dispersions dans les deux directions (plan de réaction et plan perpendiculaire à ce plan) pour la première diffusion, P_1 et P_2 les épaisseurs des cibles des polarimètres, S_i et S_j les surfaces des détecteurs i et j, $\Delta\theta_1$, $\Delta\phi_1$, $\Delta\theta_2$ et $\Delta\phi_2$ les dispersions angulaires pour les diffusions sur les cibles des polarimètres dans les deux directions.

On peut remarquer tout de suite que l'espace d'intégration est un espace à 17 dimensions. Donc un calcul numérique de cette intégrale par les procédés ordinaires de l'analyse numérique est hors de question. Nous avons utilisé une méthode Monte-Carlo pour évaluer la valeur des N_{ij} et d'autres quantités que nous avions mesurées au cours des expériences : pouvoir d'analyse, corrélation géométrique, spectres d'énergie.

III. 3. Rappels sur la méthode Monte-Carlo.

Nous n'avons pas l'intention d'exposer les principes de la méthode Monte-Carlo, ceux-ci se trouvent dans les livres spécialisés. Nous voulons donner simplement, sans démonstration, quelques généralités et annoncer quelques résultats. Soit :

$$A = \int_\Omega f(\vec{\varepsilon})\,d\vec{\varepsilon}$$

où f est une fonction continue de R^N dans R ; $\vec{\varepsilon}$ est un point et Ω une partie fermée de R^N. Nous supposerons, bien entendu, que la fonction f est bornée sur Ω et que $\int_\Omega |f(\vec{\varepsilon})|^2 d\vec{\varepsilon}$ existe. A l'aide d'un changement de variable approprié nous pouvons écrire :

$$A = \int_\Omega f(\vec{\varepsilon})\,d\vec{\varepsilon} = \int_{[0,1]^N} F(\vec{\eta})\,d\vec{\eta}$$

où $\vec{\eta} \in [0,1]^N$ et $F(\vec{\eta})$ est le produit de la fonction $f(\vec{\varepsilon})$ par le jacobien de la transformation.

Si $\vec{\eta}_1, \vec{\eta}_2, \vec{\eta}_3 \ldots\ldots \vec{\eta}_n$ sont les vecteurs aléatoires indépendants distribués uniformément dans $[0,1]^N$ les quantités $f_i = f(\vec{\eta}_i)$ seront des variables aléatoires indépendantes, d'espérance mathématique égale à A. Donc :

$$f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f_i$$

est une estimation sans biais de A. La variance des f_i étant :

$$\sigma^2 = \int_{[0,1]^N} (f(\vec{\eta})-A)^2 d\vec{\eta}$$

$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (f_i-f)^2$ sera un estimateur de σ^2 et $\sigma_{\bar{f}} = s/\sqrt{n}$ un estimateur de l'écart type de $\bar{f}$ [HA 67].

D'après le théorème central-limite [RE 66], on sait que la distribution de $\bar{f}$ tend vers une distribution normale, donc on peut appliquer les règles de confiance de la distribution normale.

La quantité $\bar{f}$ convergera en probabilité vers A. La rapidité de la convergence dépendra beaucoup de la "régularité" de la fonction $f(\vec{\eta})$; plus la fonction $f(\vec{\eta})$ variera "lentement", plus la convergence sera rapide. Nous avons utilisé, comme nous le verrons par la suite, deux astuces de calcul qui permettent une convergence plus rapide des résultats.

1. En calculant chaque fois $f_i = f(\vec{\eta}_i)$ et $f'_i = f(\vec{1}-\vec{\eta}_i)$ où $\vec{1}$ est le vecteur dont toutes les composantes sont égales à l'unité.

$$f = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n} (f_i+f'_i)$$

est aussi un estimateur sans biais de A et la convergence est plus rapide; ceci revient à éliminer l'influence, sur les fluctuations de f, des dérivées partielles $\partial f/\partial \eta^j$, η^j étant une des composantes de $\vec{\eta}$.

2. On utilise un échantillonnage non uniforme, là où les fonctions varient rapidement. En fait, nous avons utilisé ce genre d'échantillonnage pour les dispersions angulaires qui avaient une distribution gaussienne.

III. 4. Schéma du calcul Monte-Carlo.

Le calcul de Monte-Carlo suit un schéma élémentaire. On détermine au ha-

sard des points sur les cibles et les détecteurs et on calcule pour chacun de ces points les énergies et les angles ; il suffit après de calculer l'expression

$$\sigma_o(E,\xi)\sigma_1(E_1,\theta_1)\sigma_2(E_2,\theta_2)(1+f(\phi_1,\phi_2)P_1(E_1,\theta_1)P_2(E_2\theta_2))$$

On somme sur un certain nombre d'événements de ce type et on regarde l'évolution des résultats avec le nombre d'événements. Quand les fluctuations deviennent relativement petites, on arrête le calcul.

Le programme a été mis au point sur le calculateur CII 10020 du DPh-N/BE. Nous présentons sur le schéma 17, l'organigramme schématique de ce programme.

En (1) on détermine un point au hasard sur la cible d'hydrogène et à une certaine profondeur. On déduit, à partir de cette profondeur, l'énergie à laquelle la diffusion proton sur proton a lieu. On détermine en (2) un point sur la cible d'un polarimètre. En fait, pour pouvoir simuler les effets de la dispersion angulaire, on détermine au hasard un point sur une surface qui déborde la cible (cette surface présente un rayon double par rapport au rayon de la cible). La cinématique de la réaction nous donnera le point d'impact sur la cible de l'autre polarimètre. La distribution angulaire de la dispersion (straggling) due à la perte d'énergie étant connue, nous déterminerons au hasard la déviation causée par le "straggling" suivant la loi de cette distribution angulaire, en (3) nous obtenons ainsi les nouveaux points d'impact sur les cibles des polarimètres. Il suffira alors en (4) de faire un test pour savoir si les deux points se trouvent effectivement sur les cibles. Si au moins un des points est en dehors de la cible, on recommence le calcul dès le début ; sinon, on continue en calculant $\sigma_o(E,\xi)$, puis les profondeurs où les protons sont diffusés par les cibles des polarimètres, on obtient les énergies E_1 et E_2. En (5) on choisit un point au hasard sur un des détecteurs et on lui ajoute en (6) une dispersion angulaire. Après une rotation éventuelle de l'un ou des deux polarimètres (pour le calcul du cas où les polarimètres ne sont pas dans le plan de la réaction) on calcule les angles de diffusion θ_1 et θ_2, les sections efficaces $\sigma_1(E_1,\theta_2)$, $\sigma_2(E_2,\theta_2)$ et les pouvoirs d'analyse $P_1(E_1,\theta_1)$ et $P_2(E_2,\theta_2)$; on peut calculer de même les énergies des protons arrivant sur les détecteurs. On disposera alors de toutes les quantités nécessaires pour calculer les probabilités de détections en coïncidence N_{ij}, si l'on choisit des formes connues pour la fonction $f(\phi_1, \phi_2)$.

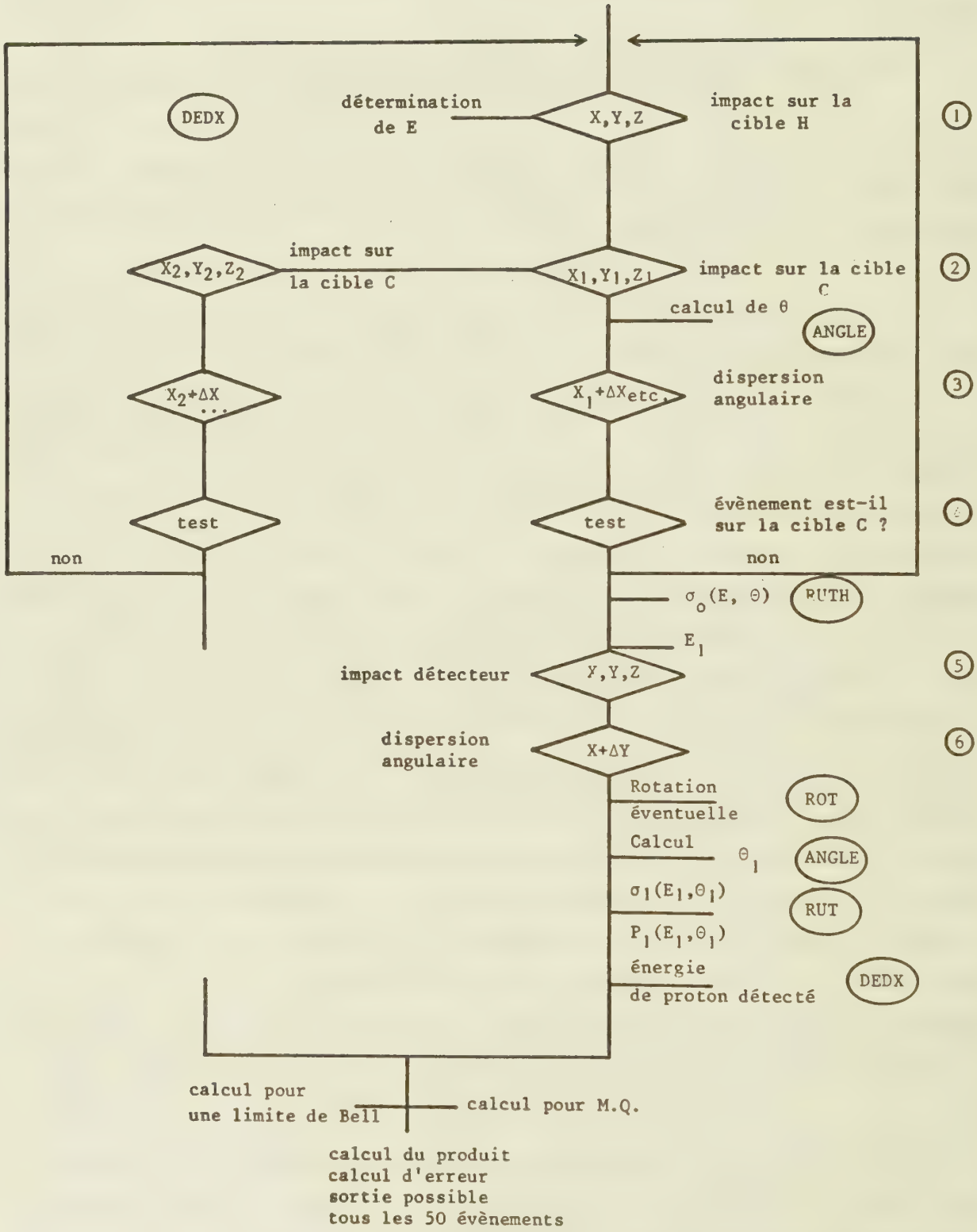

DEDX
détermination de E
X,Y,Z
impact sur la cible H
1
X2,Y2,Z2
impact sur la cible C
X1,Y1,Z1
impact sur la cible C
2
calcul de θ
ANGLE
X2+ΔX ...
X1+ΔXetc,
dispersion angulaire
3
test
test
évènement est-il sur la cible C ?
4
non
non
σo(E, θ)
RUTH
E1
impact détecteur
Y,Y,Z
5
dispersion angulaire
X+ΔY
6
Rotation éventuelle
ROT
Calcul θ1
ANGLE
σ1(E1,θ1)
RUT
P1(E1,θ1)
énergie de proton détecté
DEDX
calcul pour une limite de Bell
calcul pour M.Q.
calcul du produit
calcul d'erreur
sortie possible
tous les 50 évènements

Schéma 17

Nous refaisons ce même calcul pour l'événement symétrique de celui qui est choisi au hasard. Le calcul montre que les résultats convergent beaucoup plus rapidement.

Nous avons la possibilité de sortir les résultats du calcul tous les 50 événements et de suivre l'évolution de ces résultats. Les différentes versions de programme permettent de calculer le pouvoir d'analyse, les spectres d'énergie des protons détectés, les ouvertures angulaires, la corrélation géométrique.

On peut aussi étudier les effets que donneront sur les résultats les désalignements éventuels des différentes cibles, des polarimètres, des détecteurs, etc. par rapport à leur position idéale.

En général, pour des polarimètres ayant une cible de carbone, 2500 événements sont suffisants pour connaître le coefficient de corrélation simulé à 1 %, ce qui est largement suffisant pour les comparaisons avec l'expérience qui est entachée d'erreurs statistiques plus grandes (2 à 5 %). Le temps de calcul pour 2500 événements est de l'ordre de 40 minutes. Les figures 2 et 3 donnent des exemples de l'évolution des résultats en fonction du nombre d'événements.

III. 5. Les chiffres au hasard.

La précision des résultats d'un calcul Monte-Carlo dépend beaucoup des chiffres au hasard utilisés. Ces chiffres sont produits par un programme de génération de nombres au hasard.

La méthode utilisée (méthode du reste d'une puissance) consiste à calculer, à partir d'un chiffre u_n, le chiffre suivant de la suite u_{n+1} par :

$$u_{n+1} = x\ u_n \pmod{2^d}$$

où d est le nombre de bits du calculateur (pour la 10020, d = 31) et x un chiffre grand et premier avec 2^d. Pour retrouver les chiffres distribués entre 0 et 1 il suffit de diviser u_n par 2^d.

La suite des chiffres obtenus n'est en fait qu'une suite pseudo-aléatoire. Nous avons fait des tests pour mettre en évidence des corrélations éventuelles entre ces chiffres. Les tests effectués ont montré qu'aucune corrélation n'existait.

Cependant, malgré ces tests, il est difficile d'affirmer que l'utilisation de ces suites n'introduit aucun biais dans nos résultats.

Nous avons amélioré le caractère aléatoire de la suite utilisée,d'une part, en brassant d'une manière aléatoire des groupes de nos chiffres au hasard, d'autre part, en remplaçant un certain nombre de chiffres de la suite -toujours d'une manière aléatoire- à l'aide des chiffres choisis dans une autre suite de nombres au hasard, complètement différente de la première. Nous pensons que, de cette façon, les résultats de nos calculs ne sont pas biaisés, du moins d'une manière appréciable (moins de 2 %, c'est-à-dire donnant un effet inférieur aux fluctuations statistiques). Nous avons vérifié que le calcul Monte-Carlo reproduit les résultats de l'intégration exacte pour des géométries simples pour lesquelles l'intégration analytique est possible. Cela renforce notre confiance dans ce calcul.

III. 6. Le calcul de la géométrie.

Le calcul de la géométrie, c'est-à-dire, les directions, les angles entre les directions, les angles entre les plans, les rotations, les cinématiques, etc., ne pose aucun problème. L'ensemble du système a été rapporté à un système d'axes rectangulaires et les formules sont celles couramment utilisées en géométrie analytique.

III. 7. Les quantités physiques.

Contrairement au calcul des quantités géométriques qui ont des structures parfaitement définies, le calcul des quantités physiques utilisées dans le programme comme les pertes d'énergie, le straggling angulaire, les sections efficaces et les polarisations, pose un certain nombre de problèmes liés essentiellement à la précision avec laquelle elles ont été mesurées. Nous allons exposer brièvement la manière dont nous les avons paramétrisées.

1. Pertes d'énergies : Les protons, en traversant les cibles, perdent une partie de leur énergie ; on peut calculer cette perte d'énergie à l'aide des tables semi-empiriques basées sur la théorie du ralentissement et des données expérimentales. Nous avons utilisé les tables de Northcliff et Schilling [NO 70].

Les cibles étant épaisses et les protons de basse énergie, les pertes d'énergie sont importantes ; elles peuvent atteindre jusqu'à 2 MeV pour les cibles des polarimètres. Dans ces conditions, l'utilisation des valeurs dE/dx variant avec l'énergie, données par les tables, n'est pas facile.

Nous avons utilisé une autre donnée de ces tables qui est le parcours. Le parcours est l'épaisseur du matériau qu'il faut interposer sur le trajet

de la particule pour arrêter celle-ci complètement. Le parcours et l'énergie sont reliés d'une manière biunivoque.

On peut écrire :

$$R = f(E) \text{ et } E = g(R).$$

où f et g sont des fonctions inverses l'une de l'autre. Pour connaître la perte d'énergie d'une particule d'énergie E qui traverse une certaine épaisseur X de matériau il suffit donc de connaître le parcours R à cette énergie et l'énergie E_1 correspondant à un parcours R-X. La différence $E-E_1$ donnera la perte d'énergie.

Les valeurs R = f(E) étant données par les tables pour un certain nombre d'énergies E, nous avons interpolé ces valeurs par un polynôme de degré 8 (nous avons utilisé une méthode de minimisation d'écart par des polynômes de Tchebycheff) ; la fonction g a été aussi approchée par un polynôme de degré 8. Entre 14 MeV et 3 MeV, les deux fonctions f et g ainsi obtenues sont l'inverse l'une de l'autre avec une très bonne approximation ($E-g(f(E)) < 10$ keV). Les pertes d'énergie données par ces tables sont en accord avec les quelques pertes d'énergie que nous avons mesurées expérimentalement.

2. Straggling angulaire : La distribution angulaire de la dispersion angulaire due à la diffusion multiple peut s'écrire, avec une bonne approximation

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = C \exp \frac{-\theta^2}{2\,\theta_o^2}$$

où C est une constante de normalisation et θ_o, qui mesure la dispersion angulaire, dépend de la nature de la particule, de son énergie et du milieu ralentisseur. On peut donner une formule simplifiée pour θ_o déduite de [JO 73] et en accord avec les tables de Marion [MA 68] :

$$\langle\theta_o\rangle^2 = 0{,}25\left[\frac{Z_s(Z_s+1)}{A_s}\right]^2 \frac{Z_i}{E_i^2} \times L$$

où Z_s et A_s sont respectivement la charge et la masse du milieu ralentisseur, Z_i la charge de la particule, E_i l'énergie moyenne (en MeV) de la particule dans le milieu ralentisseur, L l'épaisseur traversée en $\mu g/cm^2$; on obtient alors θ_o en milliradians. Nous verrons dans l'annexe 3 que les dispersions angulaires prévues par cette formule sont en bon accord avec nos mesures.

Considérons une particule d'énergie E qui traverse un ralentisseur

d'épaisseur L et tombe sur une cible (ou un détecteur) placé à une distance R, on veut déterminer la probabilité pour que cette particule passe par un point quelconque de cette cible (voir schéma 18).

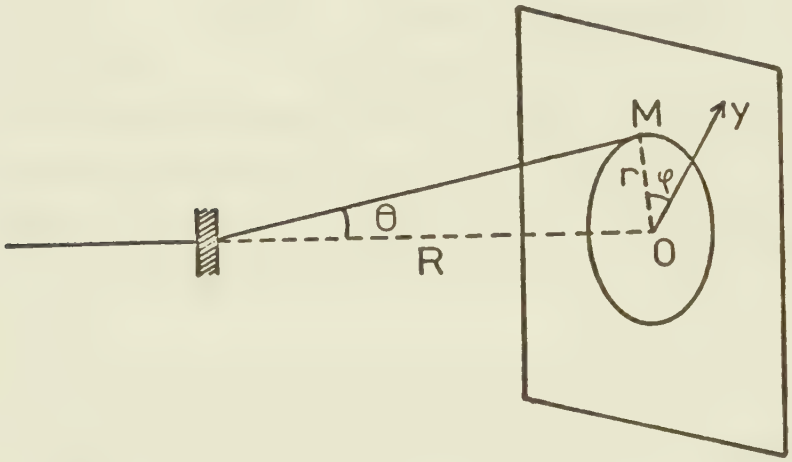


Schéma 18.

Le système ayant une symétrie de révolution autour de l'axe de la particule incidente, la probabilité du passage de la particule par un point M dans le plan de la cible ne dépendra que de la distance OM = r.

Si l'angle θ_o est petit ($\theta_o \sim \sin \theta_o$), la probabilité pourra s'écrire, en fonction de r et de l'angle ϕ entre OM et un axe OY quelconque dans le plan, sous la forme

$$dP(r,\phi) = C' \; r \; e^{-r^2/2\sigma^2} dr \; d\phi$$

où $2\sigma^2 = \theta_o^2 \; R^2$, C' étant une constante de normalisation.

Ici, la densité de probabilité varie assez vite en fonction de r. Déterminer r d'une manière uniforme et pondérer le résultat par sa probabilité pose des problèmes pour la convergence des résultats ; c'est pourquoi nous avons divisé l'intervalle où la fonction $re^{-s^2/2\sigma^2}$ est d'une manière significative différente de zéro ($r/\sigma < 2,50$) en 40 intervalles équiprobables et nous avons choisi au hasard un de ces intervalles équiprobables. La convergence des résultats se trouve notablement accélérée.

3. Section efficace des protons sur l'hydrogène : Si l'on néglige la contribution de l'état triplet, la section efficace de la diffusion proton sur proton peut s'écrire [EV 61] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{2MV}\right)^2 \left\{ \frac{1}{\sin^4\theta/2} + \frac{1}{\cos^4\theta/2} - \frac{\cos(\eta \text{ Log } \operatorname{tg}^2\theta/2)}{\sin^2\theta/2 \cos^2\theta/2} \right.$$

$$- 2/\eta \sin\delta_o \left[\frac{\cos(\delta_o + \eta \text{ Log } \sin^2\theta/2)}{\sin^2\theta/2} + \frac{\cos(\delta_o + \eta \text{ Log } \cos^2\theta/2)}{\cos^2\theta/2} \right]$$

$$\left. + 4/\eta^2 \sin^2\delta_o \right\}$$

où M est la masse réduite du système proton-proton, V la vitesse relative, θ l'angle de diffusion dans le système du centre de masse, $\eta = \frac{e^2}{hV} = \frac{c}{137 V}$ et δ_o est le déphasage nucléaire pour un choc avec l = O. L'expérience a montré le validité de cette formule pour la section efficace de diffusion proton sur proton à basse énergie. Dans notre expérience, la diffusion proton sur proton a lieu entre 12 et 14 MeV : dans cette gamme d'énergie, le déphasage δ_o est pratiquement constant. L'angle moyen de diffusion dans notre expérience étant 45° dans le laboratoire (90° dans le système du centre de masse), la structure de la formule montre que la section efficace est maximale pour cet angle : on peut donc considérer que, pour l'ouverture angulaire de la première diffusion (2 à 3°), cette distribution angulaire est isotrope (la variation relative de la section efficace entre 45° et 42° est de l'ordre de 3 %).

La partie entre crochets de la formule ne dépend ni des angles (dans la limite de notre ouverture géométrique), ni de l'énergie (dans la limite de variations de notre expérience). Celle-ci peut être considérée comme une constante A. La seule variation de la section efficace proviendra alors du terme multiplicatif $\left(\frac{e^2}{2MV}\right)^2$ qui est proportionnel à l'inverse de l'énergie E de la réaction. On peut alors écrire :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{proton-proton}} \alpha \frac{1}{E} .$$

La contribution des déphasages nucléaires pour un choc l = 1 ne change en rien cette approximation, car d'une part, ces déphasages sont petits, et, d'autre part, ils varient peu dans le domaine d'énergie considéré.

4. La section efficace de diffusion des protons sur le carbone: La section efficace de diffusion des protons sur le carbone varie assez fortement dans notre domaine de variation angulaire et énergétique. Une formulation simple de la valeur de la section efficace n'est pas possible dans l'ensemble du domaine considéré : on est amené à décrire la section efficace et le pouvoir d'analyse à l'aide d'une paramétrisation.

De nombreuses mesures [MO 65], [RE 56], [BE 68], [DU 67] de la section

efficace et du pouvoir d'analyse du carbone ont été effectuées entre 3 et 8 MeV ; nous avons utilisé une paramétrisation qui permet de reproduire l'ensemble de ces résultats.

La paramétrisation utilisée est une paramétrisation à l'aide des déphasages dans l'expression de l'amplitude de la diffusion. La section efficace peut s'écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \lambda\!\!\!^{-2}(|A|^2 + |B|^2)$$

et la polarisation suivant un axe $\vec{n}$:

$$\vec{P}(\theta) = \frac{2\ I_m(A^+B)}{|A|^2 + |B|^2}\ \vec{n}\ .$$

$$A = \underbrace{-\ 1/2\eta\ \mathrm{cosec}^2(\theta/2)\ \exp.\left|i\eta\ \log\ \mathrm{cosec}^2\theta/2\right|}_{A_1}$$

$$+ \sum_{\ell=0}^{\infty} 1/2\, P_\ell(\cos\theta)\ \exp\ (i\alpha_\ell)\ \left[(\ell+1)f_{\ell+1/2} + \ell f_{\ell-1/2}\right]$$

$$B = -\sum_{\ell=o} 1/2\ \frac{d}{d\theta}\left[P_\ell(\cos\Theta)\ \exp\ (i\alpha_\ell)\right]\ (f_{\ell+1/2} - f_{\ell-1/2})$$

où $\lambda\!\!\!^{-}$ est la longueur d'onde réduite ;

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2}{\hbar V} = \frac{6\,C}{137V}\ ;$$

Z_1 et Z_2 sont les charges du proton et du carbone ; le terme A_1 représente l'amplitude coulombienne, $f_{\ell+1/2}$ et $f_{\ell-1/2}$ les amplitudes nucléaires pour un moment angulaire ℓ, α_ℓ est le déphasage coulombien et $P_\ell(\cos\theta)$ représente les polynômes de Legendre. Les paramètres qui permettent d'ajuster les prévisions du calcul aux différents résultats expérimentaux sont les $f_{\ell\pm1/2}$. Chaque distribution angulaire, à une énergie donnée, permet l'extraction des $f_{\ell\pm1/2}$; il suffit alors d'interpoler les $f_{\ell\pm1/2}$ ainsi obtenus aux énergies intermédiaires.

A nos énergies, un nombre très limité de $f_{\ell\pm1/2}$ intervient ; il suffit de considérer $\ell = 0$, $\ell = 1$ et $\ell = 2$, ce qui donne 5 amplitudes. Pour $\ell = 0$, on aura une parité positive et l'amplitude $f^+_{1/2}$; pour $\ell = 1$ une parité négative et les amplitudes $f^-_{1/2}$ et $f^-_{3/2}$; pour $\ell = 2$, une parité positive et les

amplitudes $f^{+}_{3/2}$ et $f^{+}_{5/2}$. Les $f^{+}_{1/2}$, $f^{-}_{1/2}$ et $f^{-}_{3/2}$ varient très régulièrement dans le domaine d'énergie. Par contre sur $f^{+}_{3/2}$, on observe une variation brutale à 5,375 MeV qui représente une résonance sur la section efficace : cette résonance a été aussi incluse dans le calcul. Pour cette résonance une forme Breit-Wigner :

$$\frac{\Gamma_p}{(E-E_{rés}) - i/2\ \Gamma_t}$$

a été choisie et les largeurs Γ_p et Γ_t ont été ajustées pour reproduire les résultats des différents auteurs. De même une résonance à 4,808 MeV a été introduite pour l'amplitude $f^{+}_{5/2}$.

Les figures 4 et 5 représentent les résultats du calcul avec cette paramétrisation. L'accord obtenu avec les résultats expérimentaux des différents auteurs est satisfaisant.

Nous pouvons donc affirmer que cette paramétrisation décrit bien l'ensemble des résultats expérimentaux connus de la diffusion des protons sur le carbone, pour des énergies de protons comprises entre 4 et 7 MeV et pour des angles compris entre 20° et 90°.

Nous présenterons, dans le dernier chapitre de cet exposé, les prévisions du calcul Monte-Carlo et nous comparerons ces prévisions à nos résultats expérimentaux.

Chapitre IV

REALISATION DE L'EXPERIENCE

Dans ce chapitre nous allons décrire notre dispositif expérimental, exposer comment nous avons déterminé les grandeurs nécessaires à l'analyse des résultats : pouvoir d'analyse des polarimètres, corrélations géométriques, et présenter les résultats bruts obtenus.

I. Description du dispositif expérimental - Alignement.

La construction du dispositif expérimental est conditionnée par :

. la bonne définition de la direction du faisceau incident par rapport aux axes des polarimètres pour éviter que les angles de diffusion soient modifiés suivant les conditions de la focalisation du faisceau ;

. la faible transmission des polarimètres, ce qui nécessite une bonne protection contre les particules diffusées ailleurs que sur les cibles.

La première condition a été réalisée en fixant les diaphragmes de définition du faisceau et les polarimètres sur le couvercle de la chambre à diffusion. On fixe ainsi les positions relatives du faisceau incident et des axes des polarimètres. Un jeu de quatre diaphragmes était fixé sur le

couvercle à 18, 15, 5 et 2 cm de la cible d'hydrogène ayant respectivement des diamètres de 2,2, 1,5 et 2 mm.

Les positions relatives des diaphragmes, des cibles et des détecteurs sont présentées sur le schéma 19, ainsi que leurs distances et leurs dimensions.

Un collimateur de plomb a été mis à l'entrée des polarimètres ; les protons diffusés par la cible du polarimètre à des angles petits (< 10°) quittent le polarimètre par un tuyau qui sert en même temps pour tourner le polarimètre. Ces deux précautions contribuent énormément à la réalisation de la seconde condition énoncée ci-dessus. Deux types de polarimètres ont été utilisés.

. Dans la première expérience un dispositif comportant deux polarimètres identiques, à deux détecteurs, ce qui ne permettait la mesure de la fonction de corrélation de spin que pour un angle à la fois. La figure 6 montre le dessin du polarimètre à deux détecteurs et le dispositif expérimental utilisé.

. Dans la seconde expérience, un des polarimètres comportait quatre détecteurs . Ceci nous permettait de mesurer simultanément la fonction de corrélation pour les angles ϕ et $\pi/2 - \phi$. Le dessin du polarimètre à quatre détecteurs est présenté sur la figure 7.

. Enfin, dans la dernière expérience, le dispositif expérimental comportait deux polarimètres à quatre détecteurs permettant la mesure simultanée de $F(0,\phi)$, $F(0, \pi/2-\phi)$, $F(\pi/2, \phi)$ et $F(\pi/2, \pi/2 - \phi)$. Les deux dernières quantités permettent de déduire la corrélation géométrique.

La figure 8 montre une photographie du dispositif expérimental, cible d'hydrogène enlevée, utilisé lors de la seconde expérience.

L'ensemble du dispositif expérimental a été aligné optiquement avec une précision de 0,1 mm.

II. Les cibles

1) Cible d'hydrogène :

La cible d'hydrogène était une feuille de polyéthylène $(CH_2)_n$ (avec des

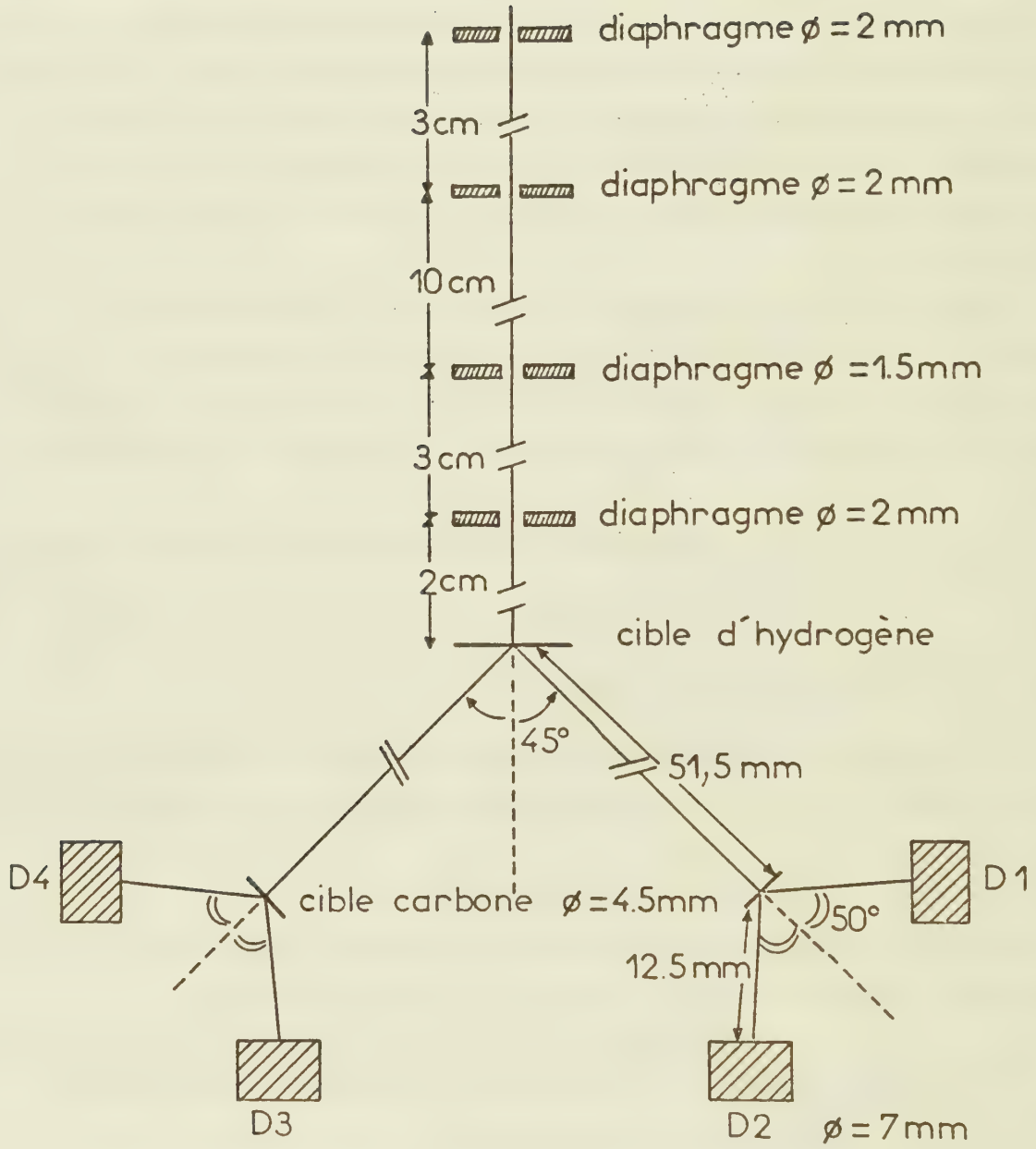

diaphragme ø = 2 mm
3 cm
diaphragme ø = 2 mm
10 cm
diaphragme ø = 1.5 mm
3 cm
diaphragme ø = 2 mm
2 cm
cible d'hydrogène
45°
51,5 mm
D4
cible carbone ø = 4.5 mm
D1
50°
12.5 mm
D3
D2
ø = 7 mm

Schéma 19

dénominations diverses : polyane, polypropylène etc.) ; elle avait une épaisseur de 9 à 9,5 mg/cm^2. A cause de la perte d'énergie du faisceau de protons la puissance dissipée dans la cible est de 0,2 watt ; le polyéthylène fondant vers 200°, il était nécessaire d'empêcher que la température ne s'élève trop au point d'impact du faisceau ; nous avons mis au point un dispositif de cible tournant d'une manière décentrée par rapport au faisceau. A cause du mouvement de rotation, l'impact du faisceau sur la cible était une couronne de cercle.

Sur une cible de 2 cm de diamètre, on pouvait travailler respectivement à des excentricités 6 , 7,5 et 9 mm.

Malgré la rotation, le rapport de la quantité d'hydrogène à celle du carbone existant dans la cible diminuait, probablement à cause de la cassure des liaisons chimiques du plastique sous l'influence de l'ionisation du faisceau. Ceci nous a obligés à changer de cible à peu près toutes les six heures.

2) Cibles des polarimètres

Dans les polarimètres, nous avons utilisé des cibles d'or, de tantale et de carbone, l'or et le tantale servant pour la mesure de la corrélation géométrique. Les feuilles d'or provenant de Caplain St. André avaient une épaisseur de 35 mg/cm^2. Les feuilles de tantale provenant de Balloffet avaient une épaisseur de 70 mg/cm^2. Les cibles de carbone étaient taillées dans un morceau de graphite,provenant de Carbone Lorraine, recuit pour éliminer toute structure en grains. La pureté des cibles de carbone est très importante : la présence d'impuretés lourdes, qui ont un pouvoir d'analyse nul, ou d'oxygène, qui a un pouvoir d'analyse de signe opposé à celui du carbone, diminuera le pouvoir d'analyse des analyseurs. Nous avons vérifié que le carbone utilisé pour nos cibles ne contenait ni gaz ni eau ; en le chauffant à 1500°, aucune perte de poids n'a été observée.

III. Les détecteurs

Pour détecter les protons diffusés, nous avons utilisé des détecteurs de silicium à barrière de surface. Les protons diffusés étant de basse énergie (< 6 MeV), et produits par une double diffusion, il fallait empêcher les particules directement diffusées par la cible d'hydrogène d'atteindre

les détecteurs : une protection d'un millimètre d'un métal suffit largement pour arrêter les protons à ces énergies. Par contre, une bonne protection contre les produits dans la cible d'hydrogène par la réaction parasite $^{12}C(p,p')^{12}C^*$ est assez difficile ; malgré la faible efficacité du silicium pour la détection des γ, comme l'efficacité du polarimètre est de 10^{-5} pour les protons, on risque de noyer complètement le pic des protons dans le bruit de fond dû aux photons. La figure 9 montre le premier spectre d'énergie que nous avons obtenu en comptage libre. On distingue à peine le pic de diffusion des protons sur protons sur le fond exponentiel dû aux rayons γ.

Depuis, nous avons amélioré nettement le rapport signal sur bruit : i) d'une part en introduisant un collimateur en plomb qui protège bien l'entrée du polarimètre ; ii) d'autre part, en choisissant des détecteurs d'une épaisseur juste suffisante pour arrêter les protons diffusés (l'efficacité de détection γ est proportionnelle au volume des détecteurs).

La figure 10 montre un exemple de spectre libre obtenu pendant les expériences définitives.

Les détecteurs utilisés,fournis par SEAVOM (Schlumberger) et ORTEC, étaient du type barrière de surface et avaient pour caractéristiques :

. une épaisseur déplétée de l'ordre de 300 µm ;

. une surface utile de 50 mm^2 (nous avons mis pendant les expériences des diaphragmes de 7 mm de diamètre devant les détecteurs) ;

. une tension de polarisation de 100 V;

. une résolution avec une source α de l'ordre de 15 à 20 keV.

Nous avons refroidi les détecteurs par une circulation d'alcool à - 30°; ceci permettait de diminuer le courant inverse des détecteurs, le temps de collection des charges et le temps de montée des impulsions. Comme nous étions obligés de changer de cible assez souvent (à peu près toutes les six heures) et, pour cela, de casser le vide et mettre la chambre de diffusion à la pression atmosphérique , il était hors de question de faire une rentrée d'air sur les détecteurs froids (à cause de la condensation de la vapeur sur les surfaces froides) ni de chauffer les détecteurs à température ambiante (les jonctions en silicium ne supportent pas un refroidissement et un réchauffement trop souvent répétés); nous avons prévu un système de remplissage de la chambre de diffusion par de l'argon sec. Pendant toute la durée de l'expérience, nous avons utilisé ce procédé : le temps nécessaire pour casser le vide, rem-

plir d'argon, changer de cible et refaire le vide, était de l'ordre de 10 minutes.

IV. L'électronique associée

Nous avons utilisé, pour chacune des expériences, des dispositifs électroniques légèrement différents à cause du nombre croissant de détecteurs.

. Pour la première expérience, nous avions deux détecteurs dans chaque polarimètre, ce qui donnait quatre possibilités de coïncidences ; le nombre limité de combinaisons nous permettait de concevoir un montage électronique où toutes les décisions logiques (rejet des événements dû au déclenchement des deux détecteurs du même polarimètre, codage des voies etc.) étaient prises au niveau du signal analogique, le rôle du calculateur en ligne se limitant à un traitement du spectre temps, comme nous le verrons plus loin (fig. 11).

. Pour la deuxième expérience, nous avions quatre détecteurs dans un polarimètre et deux dans l'autre, il y avait huit possibilités de coïncidences. Pour la troisième expérience, les deux polarimètres comportaient quatre détecteurs : ceci donnait seize possibilités de coïncidences. Il était hors de question, à moins d'une complication prohibitive de montage, de prendre toutes les décisions logiques par des associations de fonctions logiques en tiroirs NIM ; nous avons utilisé le calculateur en ligne pour rejeter les informations comportant des coïncidences entre plusieurs détecteurs d'un même polarimètre ainsi que pour coder correctement les seize possibilités de coïncidences et pour le traitement du spectre temps (fig. 12).

Le principe du dispositif électronique est le suivant (fig. 13) : les signaux provenant des différents détecteurs d'un polarimètre sont mélangés et adressés à un codeur d'amplitude unique, s'il n'y a aucune coïncidence entre ces détecteurs (OU exclusif). Un marquage de l'information numérique indique le détecteur origine. Un convertisseur temps-amplitude permet d'obtenir la relation de temps entre les signaux provenant des deux polarimètres. Il faut stocker quatre informations numériques : les amplitudes des deux signaux provenant des polarimètres, la différence entre les temps d'émission de ces signaux et les numéros des détecteurs.

Décrivons rapidement le cheminement des impulsions à travers les circuits électroniques.

Les impulsions provenant des détecteurs, après une première amplification au cours de laquelle elles sont soumises à une dérivation du quatrième ordre, sont aiguillées vers deux voies :

. une voie rapide comportant un amplificateur (nouvelle dérivation au quatrième ordre), des discriminateurs, une fonction priorité [AF 73], des circuits logiques rapides ; le signal sortant sert comme signal MARCHE (ou ARRET après une ligne à retard) du convertisseur temps-amplitude.

Si l'écart de temps entre les signaux provenant des deux polarimètres est inférieur à la gamme du convertisseur, un signal est délivré qui déclenche un circuit de temps mort qui autorise l'analyse de ces événements et interdit le déclenchement par d'autres événements.

. une voie lente comportant un amplificateur proportionnel lent (intégration au cinquième ordre suivie d'une dérivation au premier ordre) qui donne une information proportionnelle à l'énergie, suivie d'une porte linéaire ouverte une seule fois chaque durée de temps mort [AV 69], [AV 70].

Après une conversion analogique-digitale nous avons, pour chaque événement en coïncidence, quatre informations :

. l'énergie de la particule détectée dans le premier polarimètre (sur 256 canaux ou 8 bits) ;

. l'énergie de la particule détectée dans le deuxième polarimètre (sur 256 canaux ou 8 bits) ;

. une information temps entre les deux polarimètres (sur 512 canaux ou 9 bits) ;

. une information, sur 8 bits, contenant la provenance des signaux dans chaque polarimètre, formée de la façon suivante : $(X_8X_7X_6X_5X_4X_3X_2X_1)$ où chacun des X_i est positionné à 1 ou 0 suivant que le i ème détecteur est à l'origine de l'information ou non.

Ces quatre informations sont transmises à un calculateur 620-i Varian, pour le traitement.

Pour vérifier la régularité de la marche de l'électronique en cours d'expérience, une impulsion de générateur est envoyée toutes les dix secondes sur l'un des détecteurs de chaque polarimètre ; ceci permet de vérifier les taux de perte dus au temps mort dans l'électronique et de déceler rapidement toutes les anomalies dans le déroulement de l'expérience.

Elimination des parasites.

Pendant les essais de mise au point de l'expérience, nous nous sommes

aperçu que, malgré les précautions prises, des parasites pouvaient déclencher notre dispositif électronique et, par là, fausser les résultats des mesures ; ces parasites, en grande partie dus à la régulation des aimants d'analyse du faisceau incident ou à la marche des moteurs, sont extrêmement difficiles à éliminer à la source.

Pour nous en débarrasser, nous avons mis au point un système anti-parasites comprenant une chaîne préampli-amplificatrice, en tout point semblable à une chaîne de détection de particules mais où l'on avait remplacé le détecteur par un cordon non blindé ; ce dispositif, placé le plus près possible des autres préamplificateurs, collectait plus facilement les parasites : les signaux provenant de cette chaîne anti-parasites interdisaient à différents niveaux l'analyse des impulsions.

Avec ce dispositif l'élimination des parasites était totale.

Traitement numérique des informations.

Les informations numériques à quatre paramètres correspondant à chaque événement en coïncidence étaient envoyées en parallèle d'une part sur un bloc mémoire à 4096 canaux où l'on observait les spectres bruts projetés sur chacun des paramètres et, d'autre part, sur le calculateur 620-i Varian.

Le calculateur était programmé pour effectuer un certain nombre d'opérations :

1. Vérifier que les quatre informations corrélées existaient bien ;

2. Vérifier que sur chacun des bits X_4, X_3, X_2, X_1 d'une part et X_8, X_7, X_6, X_5 d'autre part un seul était positionné ; le calculateur rejetait des événements dus au déclenchement de plusieurs détecteurs d'un même polarimètre.

3. Décaler les informations énergies et temps d'un certain nombre de canaux suivant les détecteurs qui intervenaient (par exemple, sur le spectre temps, si X_5 et X_1 étaient positionnés, il y avait un décalage de 0, si X_5 et X_2 étaient positionnés, le décalage etait de 512 canaux etc.).

4. Corriger l'information temps.

Le temps de montée des impulsions à travers la chaîne préampli-amplificateur rapide est de l'ordre de 25 à 30 ns et, pour le type de détecteurs utilisés, indépendant de la hauteur d'impulsion ; les discriminateurs à seuil donnent alors des signaux qui, pour une même origine, présentent des glissements pour les signaux de hauteur différente (schéma 20).

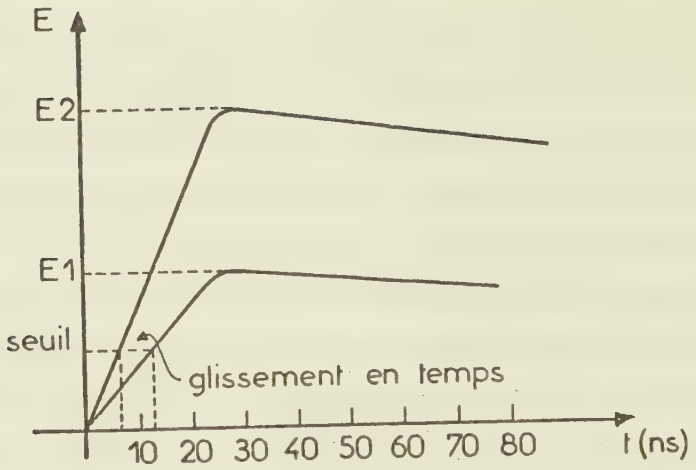


Schéma 20

En connaissant l'amplitude du signal (proportionnelle à l'énergie), il est facile de faire une extrapolation et déterminer le temps du départ de l'impulsion : il suffit de remplacer la différence de temps t_o entre les impulsions en coïncidence par :

$$t'_o = t_o + \frac{C_1}{E_1+D_1} - \frac{C_2}{E_2+D_2}$$

où E_1 et E_2 sont respectivement les énergies des deux particules détectées en coïncidence. Les 4 paramètres C_1, C_2, D_1 et D_2 sont ajustés pour avoir la meilleure résolution en temps.

La largeur à mi-hauteur du spectre temps, qui est de l'ordre de 3 ns sans ce traitement, diminue après ce traitement et devient de l'ordre de 1 à 1,5 ns.

La figure 14 montre un exemple du spectre temps corrigé et non corrigé, les coïncidences fortuites représentant moins de 10 % des coïncidences vraies.

5. Transférer sur une bande magnétique à 16 pistes les quatre informations corrélées : les deux énergies et le temps corrigé, décalés suivant leur provenance ; une quatrième information, qui est tout simplement le numéro de mesure, est ajoutée de façon à se repérer facilement sur la bande magnétique.

La bande magnétique avec les informations élémentaires enregistrées permet des relectures et des contrôles éventuels après l'expérience. Derrière l'unité de la bande magnétique, il y a des conditionneurs qui permettent de sélectionner des événements dans une fenêtre bien déterminée ; nous avons ainsi observé les spectres temps en choisissant le domaine d'énergie intéressant pour les protons.

Les figures 15 et 16 donnent des exemples de spectre d'énergie en coïn-

V. Pouvoir d'analyse des polarimètres. Méthodes de mesure. Calcul du pouvoir d'analyse. Résultat obtenu.

Nous avons montré sur la figure 4 la variation du pouvoir d'analyse en fonction de l'énergie pour un angle de diffusion de 50°.

La donnée de cette courbe ne suffit pas à estimer le pouvoir d'analyse de notre polarimètre à cause de l'importance de son ouverture angulaire et de l'épaisseur de la cible de carbone. De plus, les sections efficaces et la polarisation sur le carbone variant assez rapidement suivant les angles dans le domaine d'énergie utilisé par les protons incidents (4,5 à 7 MeV), il est assez délicat d'estimer, à l'aide de calculs simples, la valeur moyenne du pouvoir d'analyse de notre polarimètre. Nous avons donc entrepris la mesure de ce pouvoir d'analyse en utilisant la technique de la double diffusion. Pour cela, il suffit de placer le polarimètre à un angle θ par rapport au faisceau incident du proton qui tombe sur une cible de carbone (schéma 21).

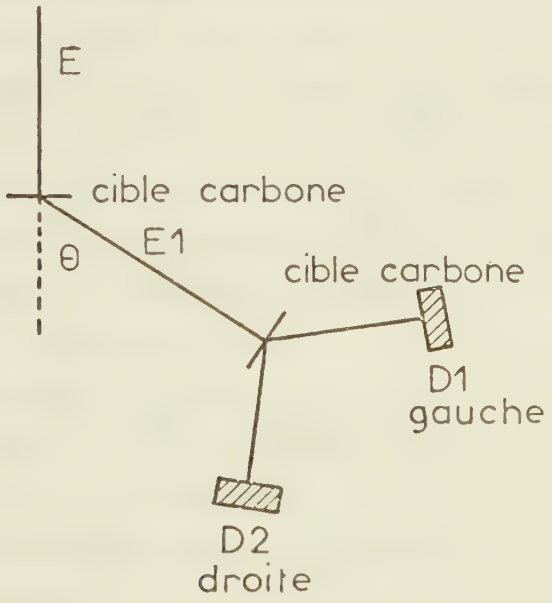


Schéma 21.

Si l'on appelle $P_1(E_1)$ le pouvoir d'analyse du polarimètre et $P_2(E,\theta)$ le pouvoir d'analyse du carbone à l'angle θ, pour une certaine énergie incidente E, nous aurons :

$$\frac{N_G - N_D}{N_D + N_G} = P_1(E_1)\ P_2(E,\theta)$$

où N_D ET N_G sont respectivement le nombre de particules arrivant sur les détecteurs droit et gauche, E_1 étant l'énergie des protons arrivant sur le

Le pouvoir d'analyse du polarimètre sera alors :

$$P_1(E_1) = \frac{N_G - N_D}{N_D + N_G} \times \frac{1}{P_2(E,\theta)} \quad .$$

Nous pouvons remarquer que pour déduire $P_1(E_1)$ il est nécessaire de connaître les valeurs de $P_2(E,\theta)$ pour le carbone au moins à un certain nombre d'énergies et d'angles : ces valeurs serviront comme référence à notre calcul du pouvoir d'analyse. La précision sur la mesure de $P_1(E_1)$ dépendra donc, d'une part, de la précision de la valeur (ou des valeurs) de référence et, d'autre part, de la précision statistique des comptages N_D et N_G ; on peut montrer que la précision statistique sur :

$$A = \frac{N_G - N_D}{N_D + N_G}$$

est d'autant meilleure que A est proche de l'unité, d'où l'intérêt de choisir E et θ tels que $|P_2(E,\theta)|$ soit aussi proche que possible de 1. En effet :

$$(\Delta A)^2 = \left(\frac{\partial A}{\partial N_D}\right)^2 \left[\Delta N_D\right]^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial N_G}\right)^2 \left[\Delta N_G\right]^2$$

$$= \frac{4 N_D N_G}{(N_D + N_G)^3} = \frac{1 - A^2}{(N_D + N_G)} \quad ,$$

$$\Delta A = \frac{1}{\sqrt{N_D + N_G}} \sqrt{1 - A^2} \quad .$$

Les sources d'erreurs systématiques dans la mesure d'un pouvoir d'analyse par la double diffusion sont nombreuses. Il est nécessaire de les étudier pour pouvoir les éliminer :

1. La présence d'impuretés dans les cibles de carbone peut fausser le résultat. La diffusion des protons sur les impuretés lourdes est une diffusion Rutherford sans asymétrie, ce qui ajouterait un comptage isotrope dans les détecteurs gauche et droit ; on peut penser raisonnablement qu'il est difficile d'en avoir dans les cibles sauf sous la forme de traces. La présence d'oxygène est beaucoup plus gênante et elle est liée à la manière dont on a préparé les cibles : l'oxygène vers 6,6 MeV a un pouvoir d'analyse de signe opposé à celui du carbone [BL 65] et sa présence diminue donc le pouvoir d'analyse. Les premières cibles de carbone que nous avons utilisées

étaient préparées avec une solution colloïdale de carbone (aquadag) et renfermaient de l'oxygène rendant les pouvoirs d'analyse plus faibles que prévu. C'est pourquoi nous les avons remplacées par du carbone industriel qui ne contenait pas d'oxygène.

2. Un désalignement du faisceau diffusé par rapport à l'axe de symétrie du polarimètre peut introduire une erreur ; une mesure du pouvoir d'analyse est très sensible à la géométrie : c'est pourquoi nous avons vérifié la symétrie des comptages gauche et droite en remplaçant la cible de carbone du polarimètre par une cible d'or. A basse énergie et aux angles avant, la diffusion des protons étant une diffusion Rutherford, si la géométrie est parfaite, l'asymétrie mesurée est nulle.

3. Il n'est pas possible de réaliser l'identité absolue entre deux détecteurs mais nous avons éliminé cet effet en faisant deux mesures, l'une avec le polarimètre dans la position normale et l'autre en le tournant de 180°. Les quatre comptages ainsi obtenus permettent de calculer l'asymétrie avec chacun des deux détecteurs. En l'absence d'un désalignement, les résultats doivent être identiques.

4. Le fond dû à l'efficacité γ des détecteurs et aux protons diffusés sur les parois internes des polarimètres peut fausser les mesures ; nous avons discuté précédemment ce problème. Un petit fond existe sous le spectre des protons diffusés ; nous avons corrigé les pouvoirs d'analyse mesurés de 2 % pour tenir compte de ce fond.

Nous avons choisi comme référence une énergie des protons incidents de 8,09 MeV (soit une énergie moyenne de 7,99 MeV dans la cible) et un angle de diffusion de $\theta = 70°$; à cette énergie et à cet angle, le pouvoir d'analyse est égal à l'unité et le faisceau de protons diffusé est polarisé à 100 % .

$$P_2(7{,}99 \text{ MeV}, 70°) = 1{,}03 \pm 0{,}005 \quad [\text{MO } 65]$$

$$P_2(7{,}99 \text{ MeV}, 70°) > 0{,}97 \quad [\text{TE } 68]$$

Dans ces conditions, l'énergie des protons diffusés atteignant le polarimètre est $E_1 = 7{,}15$ MeV ; pour pouvoir mesurer à d'autres énergies le pouvoir d'analyse du polarimètre, nous avons dégradé l'énergie des protons à l'aide de feuilles de polyéthylène.

Les figures 17 et 18 donnent un exemple des spectres en énergie obtenus pour un polarimètre. On constate une séparation satisfaisante du pic de pro-

tons et du fond.

Les mesures effectuées avec une cible d'or dans le polarimètre donnent une asymétrie $A < 0,01 \pm 0,01$ compatible avec 0,0. Ceci indique que l'ensemble polarimètre, cible et faisceau est bien aligné et au bon angle. Les erreurs dues à la géométrie peuvent alors être négligées.

Les tableaux 5 et 6 donnent les résultats de la mesure du pouvoir d'analyse pour les deux épaisseurs de cible de carbone utilisées dans le polarimètre.

Tableau 5.

Pouvoir d'analyse du polarimètre
avec une cible de 18,6 mg/cm^2

Energie des protons arrivant sur le polarimètre	Pouvoir d'analyse
5,700 ± 0,100 MeV	$P = -0,63 \pm 0,02$
5,95 ± 0,100 MeV	$P = -0,735 \pm 0,02$
6,13 ± 0,100 MeV	$P = -0,740 \pm 0,02$
6,44 ± 0,100 MeV	$P = -0,72 \pm 0,02$
6,61 ± 0,100 MeV	$P = -0,66 \pm 0,02$
6,88 ± 0,100 MeV	$P = -0,62 \pm 0,02$

Tableau 6

Pouvoir d'analyse du polarimètre avec une cible de 29 mg/cm^2

5,95 ± 0,1 MeV	$P = -0,61 \pm 0,015$
6,13 ± 0,1 MeV	$P = -0,685 \pm 0,015$
6,44 ± 0,1 MeV	$P = -0,695 \pm 0,02$
6,61 ± 0,1 MeV	$P = -0,715 \pm 0,015$
6,88 ± 0,1 MeV	$P = -0,690 \pm 0,02$
7,16 ± 0,1 MeV	$P = -0,525 \pm 0,02$

Les figures 19 et 20 montrent les résultats obtenus ; on peut remarquer le bon accord des mesures avec le calcul Monte-Carlo.

La figure 21 montre la variation de l'asymétrie des comptages droite-gauche, en fonction de l'angle ϕ que fait le plan du polarimètre (plan de la seconde diffusion) par rapport au plan de la première diffusion des protons sur le carbone ; la courbe en cos ϕ (loi de Malus) obtenue montre le bon alignement du polarimètre par rapport à l'axe de rotation prévu.

VI. La corrélation géométrique.

Nous avons discuté, dans le chapitre III, la provenance de la corrélation géométrique et nous avons montré ses différentes caractéristiques. En utilisant les formules établies dans le chapitre III on trouve immédiatement les méthodes de mesure (ou d'évaluation) de cette corrélation.

La figure 5 montre que la section efficace de diffusion des protons sur le carbone n'est pas isotrope. Nous avons vu que la corrélation géométrique est une mesure de l'anisotropie de la section efficace de diffusion sur les cibles des polarimètres.

Donc, une première méthode consiste à calculer la corrélation géométrique à partir de la pente de la section efficace de diffusion en fonction de l'angle et de l'ouverture angulaire ; cette méthode, tout en donnant un or-

dre de grandeur de la corrélation géométrique, n'est pas précise, d'une part à cause de la variation de la forme de la section efficace avec l'énergie et d'autre part à cause des désalignements éventuels du dispositif expérimental.

Les deuxième et troisième méthodes d'évaluation de la corrélation géométrique, sont basées sur les deux formules que nous avons établies dans le chapitre III.

$$F_{mes}(\phi_1, \phi_2) = \overline{P_1 P_2}\, f(\phi_1,\phi_2) + C_g(\phi_1, \phi_2) + C_g(\phi_1, \phi_2)(1-\overline{P_1 P_2}^2 f^2(\phi_1,\phi_2)$$

et

$$\left[C_{g_{C_1 - C_2}}^{(\phi_1,\phi_2)}\right]^2 = C_{g_{C_1-C_1}}^{(\phi_1,\phi_2)} \times C_{g_{C_2-C_2}}^{(\phi_1,\phi_2)}$$

On remarque que si $\overline{P_1 P_2} = 0$ (c'est-à-dire que si au moins un des deux pouvoirs d'analyse est nul) on aura :

$$F_{mes}\ (\phi_1,\phi_2) = C_g(\phi_1,\phi_2).$$

De même, s'il existe des angles ϕ_1' et ϕ_2' tels que $f(\phi_1', \phi_2') = 0$,

on aura :

$$F_{mes}\ (\phi_1', \phi_2') = C_g(\phi_1',\phi_2').$$

La deuxième méthode consiste à mesurer d'abord la corrélation géométrique avec des cibles de tantale dans les polarimètres. La diffusion des protons sur le tantale à basse énergie ($\sim$ 6 MeV) et aux angles avant ($\lesssim 90°$) étant une diffusion Rutherford, le pouvoir d'analyse est nul. Cette mesure nous donne :

$$C_{g_{T_a - T_a}}^{(0°,0°)}.$$

Nous mesurons ensuite la corrélation géométrique en gardant dans un des polarimètres une cible de carbone et dans l'autre une cible de tantale. Comme le pouvoir d'analyse d'un des polarimètres (celui ayant une cible de tantale) est nul on aura

$$C_{g_{Ta-C}}(0°,0°).$$

Ces deux mesures sont suffisantes pour pouvoir déterminer le coefficient qui nous intéresse, c'est à dire $C_{g_{C-C}}(0°,0°)$.

On peut répéter ce genre de mesure pour déterminer $C_g(0°,\phi)$. Notre calcul sommaire du chapitre III avait montré que :

$$C_g(0°,\phi) = C_g(0°,0°) \cos \phi.$$

Nous avons mesuré, pour un certain nombre d'angles, la corrélation géométrique et la formule ci-dessus a été effectivement vérifiée. La figure 22 montre les résultats de la mesure de $C_{g_{Ta-Ta}}(0°,\phi)$ en fonction de l'angle ϕ. On constate que cette variation est, comme prévu, proportionnelle à cos ϕ.

Tableau 7

E_p MeV	Cible du polarimètre 1	Cible du polarimètre 2	$C_g(0°,0°)$	$C_g(\pi/2,\pi/2)$
13,7	Ta (70 mg/cm^2)	Ta (70 mg/cm^2)	0,22 ± 0,01 (mesure directe)	0,21 ± 0,02 (mesure directe)
	Ta (70 mg/cm^2)	C (29 mg/cm^2)	0,12 ± 0,02 (mesure directe)	-
	C (29 mg/cm^2)	C (29 mg/cm^2)	0,072 ± 0,02 (valeur déduite)	-
13,2	Ta (70 mg/cm^2)	Ta (70 mg/cm^2)	0,225 ± 0,01 (mesure directe)	-
	Ta (70 mg/cm^2)	C(18,6 mg/cm^2)	0,10 ± 0,03 (mesure directe)	-
	C(18,6 mg/cm^2)	C(18,6 mg/cm^2)	0,044 ± 0,03 (valeur déduite)	0.054 ± 0.027 mesure directe

La troisième méthode, utilisée lors de la dernière expérience, consiste à utiliser les propriétés de la fonction $f(\phi_1, \phi_2)$; en effet quand ϕ_1 ou $\phi_2 = \pi/2$ (un des polarimètres perpendiculaire au plan de la réaction), les directions $\vec{a}$ et $\vec{b}$ des polarimètres seront perpendiculaires et :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = f(\pi/2,\phi) = 0 \ .$$

L'asymétrie de comptage sera alors :

$$F_{mes}\ (\pi/2,\phi) = C_{g_{C-C}}(\pi/2,\phi) \ .$$

Nous avons vu que :

$$C_{g_{C-C}}(\pi/2,\phi) = C_{g_{C-C}}(0,0)\ \sin\phi \ .$$

Nous avons vérifié, avec des cibles de tantale, que nous avons effectivement :

$$C_{g_{Ta-Ta}}(0°,0°) = C_{g_{Ta-Ta}}(\pi/2,\pi/2)$$

aux erreurs statistiques près.

Dans le tableau 7, nous avons résumé l'ensemble des résultats de mesure de la corrélation géométrique .

VII. Résultats bruts :

La fonction de corrélation de spin des protons a été mesurée dans deux conditions différentes; d'une part avec un faisceau de protons incidents de 13,700 MeV, les cibles de carbone des polarimètres ayant une épaisseur de 29 mg/cm^2, d'autre part, avec un faisceau de protons de 13,2 MeV, les cibles de carbone ayant une épaisseur de 18,6 mg/cm^2.

Nous avons mesuré les fonctions de corrélation pour les angles 0°, 30°, 45°, 60°, et 90°.

Ces expériences ont été réalisées pendant trois périodes d'une semaine de temps de machine, à des intervalles d'un ou de plusieurs mois. Au début de chaque expérience, des mesures de contrôle avec des cibles de tantale ont été effectuées pour vérifier la bonne reproductibilité des mesures géométriques. Toutes les deux heures on changeait les orientations des polarimètres.

Par raison de symétrie, les quantités : $F_{mes}(0,\pm\phi)$, $F_{mes}(\pi,\pm\phi)$, $F_{mes}(\pm\phi,0)$, $F_{mes}(\pm\phi,\pi)$, $F_{mes}(\pi\pm\phi,0)$ et $F(\pi,\pi\pm\phi)$ doivent être égales au signe près. Tous ces types de mesure ont été effectués dans la limite des possibilités de notre montage. Nous avons essayé d'avoir le même poids statistique pour ces différentes mesures. On s'assure, par une étude statistique, que les asymétries obtenues dans ces mesures partielles sont compatibles entre elles. La figure 23 montre le nombre des mesures partielles en fonction de l'asymétrie de comptage de ces mesures, la distribution obtenue est bien une distribution normale. La figure 24 montre les valeurs de $F_{mes}(0,\phi)$ déduites, pour chaque mesure partielle, de l'expérience effectuée avec des cibles de 18,6 mg/cm^2.

Les tableaux 8 et 9 montrent l'ensemble des résultats :

Tableau 8
Cible de 29 mg/cm^2

ϕ	0°	30°	45°	60°	90°
$N_{DD}+N_{GG}+N_{DG}+N_{GD}$	1769	1626	1863	1489	524
$N_{DG}+N_{GD}-N_{DD}-N_{GG}$	-673	-440	-478	-258	+ 15
$F_{mes}(0,\phi)$	-0,38 ±0,025	-0,270 ±0,025	-0,256 ±0,023	-0,173 ±0,025	+0,028 ±0,040

Tableau 9
Cible 18,6 mg/cm^2

ϕ	0°	30°	45°	60°	90°
$N_{DD}+N_{GG}+N_{DG}+N_{GD}$	374	595	681	594	871
$-N_{DD}-N_{GG}+N_{DG}+N_{GD}$	-149	-233	-193	-151	- 5
$F_{mes}(0,\phi)$	-0,397 ±0,052	-0,383 ±0,041	-0,292 ±0,038	-0,237 ±0,041	-0,006 ±0,033

Les erreurs indiquées sont des erreurs statistiques calculées de la façon suivante : si nous appelons $N_1 = N_{DD} + N_{GG}$ et $N_2 = N_{GD} + N_{DG}$, nous avons :

$$F_{mes}(0,\phi) = \frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1} .$$

Un calcul élémentaire montre que l'erreur statistique sur $F_{mes}(0,\phi)$ pourra se mettre sous la forme :

$$\Delta F(0,\phi) = \frac{\sqrt{1-F^2(0,\phi)}}{\sqrt{N_1 + N_2}} \simeq \frac{1}{\sqrt{N_1 + N_2}} .$$

Nous verrons dans le chapitre V comment, à partir de l'ensemble de ces mesures, nous pourrons déterminer la fonction de corrélation de spin. Nous discuterons alors de l'effet des erreurs statistiques et systématiques sur nos résultats.

Chapitre V

ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX
DEDUCTION DE LA FONCTION DE CORRELATION DE SPIN
DISCUSSION ET COMPARAISON AVEC LA MECANIQUE QUANTIQUE
ET LES LIMITES DE L'INEGALITE DE BELL.

Nous avons démontré dans le chapitre III que la fonction de corrélation mesurée est reliée à la fonction de corrélation de spin qui régit l'expérience par la formule :

$$F_{mes}(\phi_1,\phi_2) = N\, f(\phi_1,\phi_2) + \left[1 - N^2 f^2(\phi_1,\phi_2)\right] C_g(\phi_1,\phi_2) \qquad (A)$$

où N est la valeur moyenne du produit des pouvoirs d'analyse des polarimètres et $C_g(\phi_1,\phi_2)$ la corrélation géométrique. De même nous avons vu que :

$$\left[C_{g_{C_1-C_2}}\right]^2 = C_{g_{C_1-C_1}} \times C_{g_{C_2-C_2}} \qquad (B)$$

où les indices C_1 et C_2 se rapportent à la nature des cibles des polarimètres. Ces deux relations ont été démontrées en faisant diverses approximations : soit en limitant les domaines d'intégration, soit en développant, au premier ordre, les sections efficaces en fonction de l'angle de diffusion. Il est donc néces-

saire de vérifier la validité de ces deux formules en étendant le domaine d'intégration d'une part, et en utilisant des fonctions décrivant les sections efficaces d'autre part ; ces sections efficaces étant paramétrisées par un développement en déphasage de l'amplitude de diffusion (cf. ch. III), il fallait connaître les ouvertures angulaires de nos polarimètres pour que, dans ces domaines angulaires, le résultat de cette paramétrisation coïncide avec les données expérimentales des différents auteurs. Il est intéressant aussi de savoir les effets des désalignements éventuels de notre dispositif expérimental et d'étudier leur influence sur les coefficients N et C_g. De même on peut calculer les spectres d'énergie des protons détectés, les pouvoirs d'analyse des polarimètres et les comparer aux résultats expérimentaux.

La première partie de ce chapitre est consacrée à cette étude en utilisant les résultats du calcul Monte-Carlo et en comparant ces résultats à ceux des mesures annexes. Ceci nous permettra de déduire les coefficients N et C_g.

Dans la deuxième partie, la fonction $f(O,\phi)$ sera déduite de l'expérience et comparée à la fonction prévue par la mécanique quantique et aux limites de l'inégalité de Bell ; les résultats expérimentaux seront discutés.

I. Prévisions du calcul de Monte-Carlo

I.1. Les ouvertures angulaires des polarimètres.

Nous avons simulé les ouvertures angulaires en θ (dans le plan de la réaction) et en ϕ (l'angle entre le plan de la diffusion proton sur proton et le plan de la diffusion proton sur carbone). Les deux ouvertures angulaires sont assez grandes. Leurs rôles dans la déduction de la fonction de corrélation de spin sont différents. L'ouverture angulaire en θ (figure 25) ne moyenne que les pouvoirs d'analyse. Son influence se fait sentir sur le coefficient N. Sa connaissance est surtout utile pour la paramétrisation de la section efficace $\sigma(E,\theta)$ et du pouvoir d'analyse $P(E,\theta)$ du carbone : il faut que notre paramétrisation reproduise les valeurs de $\sigma(E,\theta)$ et $P(E,\theta)$ mesurées par les différents auteurs dans ce domaine angulaire . L'ouverture angulaire en ϕ joue un rôle différent : la fonction de corrélation de spin $f(\phi_1, \phi_2)$ se trouve moyennée à cause de cette ouverture angulaire et sa valeur peut être

atténuée. La figure 26 montre l'ouverture angulaire en ϕ de notre polarimètre obtenue par le calcul Monte-Carlo. Appelons $g(\phi)$ la fonction décrivant l'ouverture angulaire.

Le calcul montre que :

$$g(\phi) = 1 - \frac{6}{\pi}|\phi| \qquad \text{pour } |\phi| \leqslant \pi/6$$

et

$$g(\phi) = 0 \qquad \text{si } |\phi| \geqslant \pi/6 \ .$$

Donc si l'on appelle $f(\phi_1,\phi_2)$ la fonction de corrélation de spin obtenue dans une expérience avec des ouvertures angulaires infiniment petites, nous mesurerons avec notre dispositif expérimental non pas $f(\phi_1,\phi_2)$ mais une fonction moyennée sur les ouvertures angulaires :

$$\overline{f}(\phi_1,\phi_2) = \frac{\iint f(\phi_1+\phi,\phi_2+\phi')\ g(\phi)\ g(\phi')\ d\phi d\phi'}{\iint g(\phi)\ g(\phi')\ d\phi d\phi'} \ .$$

La mécanique quantique prévoit pour la fonction de corrélation de spin :

$$P(\vec{a},\vec{b}) = f(\phi_1,\phi_2)\ C_{nn} \cos\phi_1 \cos\phi_2$$

Les deux ouvertures angulaires ϕ et ϕ' des polarimètres étant indépendantes et vu la forme de $f(\phi_1,\phi_2)$, l'intégrale ci-dessus se sépare et on aura :

$$\overline{f}(\phi_1,\phi_2) = C_{nn} \frac{\int \cos(\phi_1+\phi)\ g(\phi)d\phi}{\int g(\phi)d\phi} \times \frac{\int \cos(\phi_2+\phi')g(\phi')d\phi'}{\int g(\phi)d\phi}$$

et avec la forme admise pour $g(\phi)$:

$$\int g(\phi)d\phi = \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} (1-\frac{6}{\pi}|\phi|)d\phi = \pi/6$$

$$\int \cos(\phi_1+\phi)g(\phi)d\phi = \frac{12}{\pi}(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos)\ \phi_1 \ .$$

La fonction $\overline{f}(\phi_1,\phi_2)$ s'écrira alors (pour la mécanique quantique) :

$$\bar{f}(\phi_1, \phi_2) = \left[\frac{12/\pi(1-\sqrt{3}/2)}{\pi/6}\right]^2 f(\phi_1,\phi_2)$$

$$= (0.977)^2 C_{nn} \cos\phi_1 \cos\phi_2 .$$

Le coefficient $(0,977)^2 = 0,955$ représente l'atténuation due à l'ouverture angulaire pour la fonction de corrélation de spin de la mécanique quantique. Cette valeur a été vérifiée par le calcul Monte-Carlo en introduisant un pouvoir d'analyse uniforme égal à l'unité pour la diffusion des protons sur les cibles des polarimètres. On remarque que cette atténuation est la même quels que soient les angles ϕ_1 et ϕ_2 des polarimètres.

Pour des fonctions de corrélation satisfaisant à l'inégalité de Bell, donc conformes aux théories des variables cachées locales, le facteur d'atténuation dépendra de la forme de ces fonctions. Néanmoins, nous pouvons affirmer que les ouvertures angulaires en ϕ ne peuvent que réduire la corrélation de spin mesurée : en comparant nos résultats expérimentaux avec des limites de l'inégalité de Bell (limites prévues pour une géométrie parfaite), nous ne faisons aucune hypothèse sur la forme de ces fonctions ; nous comparons ainsi nos résultats expérimentaux à des limites de l'inégalité de Bell dans le cas le plus favorable pour ces limites.

I.2. Spectres d'énergie des protons arrivant sur les polarimètres.

Les spectres d'énergie des protons arrivant sur les polarimètres ont été calculés; ces spectres simulés avec le programme Monte-Carlo aux deux énergies des protons incidents - 13,7 MeV et 13,2 MeV - sont centrés respectivement autour de 6,350 MeV et 6,1 MeV et ont approximativement une largeur à mi-hauteur de 1,2 MeV et une largeur à la base de 2,2 MeV. La connaissance de ces spectres est surtout importante pour le calcul du pouvoir d'analyse et de la section efficace du carbone : il faut reproduire le pouvoir d'analyse des polarimètres à l'aide de la diffusion $^{12}C(p,p)$ dans ce domaine d'énergie.

I.3 Calcul du pouvoir d'analyse des polarimètres. Comparaison aux résultats expérimentaux.

Le pouvoir d'analyse des polarimètres a été calculé pour les deux épais-

seurs de cible de carbone utilisées dans l'expérience: 29 mg/cm^2 et 18,6 mg/cm^2 et pour les différentes énergies des protons incidents sur les polarimètres. Nous avons de même calculé les spectres d'énergie des protons détectés par les détecteurs des polarimètres. Les figures 17 et 18 montrent des exemples de ces spectres d'énergie comparés à l'expérience. Le bon accord obtenu pour la forme de ces spectres montre que les pertes d'énergies dans les cibles épaisses, la section efficace et la polarisation de la réaction $^{12}C(P,P)$ sont correctement traitées par le calcul Monte-Carlo. On peut remarquer que le fond exponentiel dû aux γ ne perturbe pas d'une manière appréciable le spectre des protons intéressants. Les figures 19 et 20 montrent le pouvoir d'analyse calculé en fonction de l'énergie pour les deux épaisseurs de cible de carbone des polarimètres. Sur les mêmes figures, nous avons présenté les valeurs mesurées. La zone hachurée autour de la courbe calculée par Monte-Carlo représente, en plus de l'erreur statistique de ce calcul, les erreurs systématiques dues aux points de référence. L'accord obtenu est très bon et montre encore une fois que le diffusion des protons sur le carbone est correctement traitée et paramétrisée. Ce résultat donne une grande confiance dans la simulation des autres données expérimentales. Les efficacités des polarimètres - rapport du nombre des protons détectés par les deux détecteurs d'un polarimètre au nombre des protons arrivant sur ce polarimètre - ont été déduites du calcul Monte-Carlo. Nous avons obtenu :

$\varepsilon_1 = 4.4 \times 10^{-5}$ pour le polarimètre avec la cible de carbone de 18,6 mg/cm^2

$\varepsilon_2 = 6.5 \times 10^{-5}$ pour le polarimètre avec la cible de carbone de 29 mg/cm^2

I.4 Les spectres d'énergie en coïncidence

Les figures 15 et 16 donnent les spectres d'énergie des protons détectés en coïncidence, aux deux énergies de l'expérience 13,7 et 13,2 MeV. Les courbes calculées et expérimentales sont représentées sur ces figures. La simulation reproduit bien la forme et la position en énergie des courbes expérimentales. Ce bon accord montre encore une fois que les pertes d'énergie dans les cibles épaisses sont correctement traitées.

I.5 La corrélation géométrique

Nous avons vu dans le chapitre III que, si l'on appelle $C_{g_{C_1-C_1}}$ la corrélation géométrique mesurée avec les cibles C_1 dans les deux polarimètres, $C_{g_{C_2-C_2}}$ la même corrélation avec les cibles C_2 dans les deux polarimètres et

$C_{g_{C_1-C_2}}$ la corrélation géométrique avec la cible C_1 dans un polarimètre et la cible C_2 dans l'autre, nous aurons :

$$\left[C_{g_{C_1-C_2}}\right]^2 = C_{g_{C_1-C_1}} \times C_{g_{C_1-C_2}} \qquad (B)$$

Cette formule était obtenue en développant , au premier ordre et au voisinage de l'angle de la diffusion moyenne, la section efficace de diffusion des protons sur les cibles C_1 et C_2. Il est intéressant de vérifier que cette formule est effectivement valable dans notre expérience et pour les ouvertures géométriques de nos polarimètres. Nous l'avons vérifiée par le calcul Monte-Carlo dans un certain nombre de cas. Pour ceci il suffit de changer la fonction qui décrit la section efficace de diffusion sur la cible du polarimètre. Nous avons utilisé trois types de section efficace : une section efficace isotrope ne dépendant pas de l'énergie (dans ce cas la corrélation géométrique est due seulement à la variation de l'angle solide), une section efficace Rutherford et enfin la section efficace de la diffusion des protons sur le carbone. Dans les tableaux 10 et 11, nous avons résumé les résultats du calcul. L'indice i étant utilisé quand la section efficace est supposée isotrope, r, quand elle est supposée Rutherford et, C, quand elle correspond à la paramétrisation de la section efficace de carbone.

Tableau 10

Cibles des polarimètres 18,6 mg/cm^2	
Simulé directement par M.C.	Calculé à partir de la formule (B)
$G_{g_{i-i}} = 0,0134 \pm 0,0016$	———
$C_{g_{C-C}} = 0,102 \pm 0,007$	———
$C_{g_{r-r}} = 0,175 \pm 0,014$	———
$C_{g_{r-i}} = 0,050 \pm 0,005$	$\sqrt{G_{g_{r-r}} \times C_{g_{i-i}}} = 0,0484$
$C_{g_{r-C}} = 0,136 \pm 0,01$	$\sqrt{C_{g_{r-r}} \times C_{g_{C-C}}} = 0,134$

Tableau 11

Cibles des polarimètres 29 mg/cm^2	
Simulée directement par M.C.	calculée à partir de la formule (B)
$C_{g_{C-C}} = 0,117 \pm 0,008$	———
$C_{g_{r-r}} = 0,189 \pm 0,014$	———
$C_{g_{r-C}} = 0,149 \pm 0,011$	$\sqrt{C_{g_{C-C}} \times C_{g_{r-r}}} = 0,149$

On constate que la formule reliant les corrélations géométriques est valable avec une très bonne approximation. On peut donc l'utiliser pour déduire la corrélation géométrique expérimentale pour nos cibles.

I.6 Variation de la corrélation géométrique en fonction de ϕ.

Nous avons montré (ch. III) que la corrélation géométrique dépend des angles ϕ_1 et ϕ_2 que font les polarimètres avec le plan de la diffusion proton sur proton ; on a trouvé :

$$C_g(\phi_1,\phi_2) = C_g(0°,0°) \cos(\phi_1-\phi_2).$$

Le calcul de Monte-Carlo confirme ce résultat.

Dans le tableau 12 nous donnons les résultats du calcul de $C_g(0,\phi)$ pour un certain nombre d'angles.

On voit que la corrélation géométrique varie bien en cos ϕ : ce résultat avait été observé expérimentalement pour la corrélation géométrique tantale-tantale (figure 22).

Les valeurs prévues par le calcul pour $C_g(90°, 90°)$ sont très proches des valeurs de $C_g(0°,0°)$ comme le montre le tableau 13 :

Tableau 12

Cibles 18,6 mg/cm^2			
ϕ	$C_g(0,\phi)$	$\frac{C_g(0,\phi)}{C_g(0,0)}$	Cos ϕ
0°	0,102 ± 0,0065	1	1
15°	0,0962 ± 0,0064	0,943 ± 0,06	0,966
30°	0,0838 ± 0,0064	0,822 ± 0,06	0,866
45°	0,0654 ± 0,0064	0,641 ± 0,06	0,707
60°	0,0423 ± 0,0061	0,42 ± 0,06	0,500
75°	0,0295 ± 0,064	0,29 ± 0,06	0,259
90°	- 0,0114 ± 0,007	- 0,10 ± 0,07	0,0

Tableau 13

Cible	$C_g(90°, 90°)$	$C_g(0°, 0°)$
29 mg/cm^2	0,098 ± 0,01	0,11 ± 0,01
18,6 mg/cm^2	0,088 ± 0,0075	0,093 ± 0,007

Ici aussi, le calcul confirme les résultats de nos mesures de la corrélation géométrique : les différences entre $C_g(90°, 90°)$ et $C_g(0°, 0°)$ sont toujours plus faibles que les erreurs statistiques. Nous pouvons donc les supposer égales.

I.7 Vérification de la formule reliant $F_{mes}(\phi_1,\phi_2)$ à $f(\phi_1, \phi_2)$ et $C_g(\phi_1,\phi_2)$

Nous avons vu que la fonction de corrélation mesurée était reliée à $f(\phi_1,\phi_2)$ et $C_g(\phi_1,\phi_2)$ par la relation :

$$F_{mes}(\phi_1,\phi_2) = N f(\phi_1,\phi_2) + C_g(\phi_1,\phi_2) \left[1-N^2 f^2(\phi_1,\phi_2)\right] . \qquad (A)$$

Avec ce que nous avons dit sur l'ouverture angulaire en ϕ et la variation de $C_g(\phi_1,\phi_2)$ en fonction de l'angle, nous pouvons l'écrire :

$$F_{mes}(0,\phi) = N \overline{f(0,\phi)} + C_g(0°,0°) \left[1- N^2 \overline{f^2(0,\phi)}\right] \cos \phi , \qquad (A')$$

où $\overline{f(0,\phi)}$ est la valeur moyenne sur les ouvertures angulaires et 0 et ϕ sont respectivement les deux angles moyens des plans des polarimètres avec le plan de la réaction. Nous allons montrer à l'aide du calcul Monte-Carlo que l'extraction de $f(0,\phi)$ est possible à partir de la connaissance de $F_{mes}(0,\phi)$, N et $C_g(0°,0°)$. Pour ceci nous introduisons dans le programme Monte-Carlo une fonction de corrélation théorique $f(\phi_1,\phi_2)$, la section efficace de diffusion des protons sur le carbone, les dimensions et les épaisseurs de cible de notre dispositif expérimental, et nous calculerons $F_{mes}(0,\phi)$ pour divers angle ϕ. En utilisant la formule (A') nous pourrons extraire $\overline{f(0,\phi)}$ que nous comparerons à $\overline{f(0,\phi)}$ calculé directement en moyennant $f(\phi_1,\phi_2)$ sur les ouvertures en ϕ des polarimètres. Nous avons fait ce calcul pour deux fonctions, d'une part pour une fonction $f_1(\phi_1,\phi_2) = - 0,95 \times \cos \phi_1 \times \cos \phi_2$ qui est la fonction de corrélation de spin prévue par la mécanique quantique pour la diffusion proton-proton à l'énergie de notre expérience, d'autre part pour une fonction $f_2(\phi_1,\phi_2) = -1 + \frac{2}{\pi} (\phi_1-\phi_2)$ qui est une fonction linéaire de la différence des angles ϕ_1 et ϕ_2. Nous avons vu (§ I.1) que si nous appelons $g(\Phi)$ la fonction qui décrit l'ouverture angulaire

$$\overline{f(0,\phi)} = \frac{\iint f(0+\phi,\phi+\Phi')\ g(\Phi)\ g(\Phi')\ d\Phi d\Phi'}{\iint g(\Phi)\ g(\Phi')\ d\Phi d\Phi'} .$$

Le calcul Monte-Carlo nous donne $F_{mes}(0,\phi)$, N, $C_g(0°,0°)$: ceci nous

permet de déduire $\overline{f_{monte\text{-}Carlo}(0,\phi)}$. Les tableaux 14 et 15 montrent que ces deux résultats sont identiques pour les deux fonctions f_1 et f_2 considérées. Nous avons fait le calcul Monte-Carlo pour des polarimètres ayant une cible de carbone de 18,6 mg/cm^2. Le calcul nous donne :

$$N = 0{,}518 \pm 0{,}01,$$

et

$$C_g(0,0) = 0{,}102 \pm 0{,}07,$$

d'où

Tableau 14

Pour la fonction $f_1(\phi_1,\phi_2) = -0.95 \cos \phi_1, \cos \phi_2$.

ϕ	$F_{mes}(0,\phi)$ résultats Monte-Carlo	$\overline{f_1(0,\phi)}$ Monte-Carlo	$\overline{f_1(0,\phi)}$ Calcul direct
0°	- 0,39	- 0,91 ± 0.02	- 0,91
15°	- 0,38	- 0,88 ± 0,02	- 0,88
30°	- 0,34	- 0,80 ± 0,02	- 0,79
45°	- 0,28	- 0,64 ± 0,02	- 0,64
60°	- 0,203	- 0,45 ± 0,02	- 0,45
75°	- 0,0971	- 0,23 ± 0,02	- 0,23
90°	- 0,0139	- 0,02 ± 0,02	0,0

Tableau 15

Pour la fonction $f_2(\phi_1, \phi_2) = -1 + \frac{2}{\pi} |\phi_1 - \phi_2|$

ϕ	$F_{mes}(0,\phi)$ Résultats Monte-Carlo	$\overline{f_2(0,\phi)}$ Monte-Carlo	$\overline{f_2(0,\phi)}$ Calcul direct
0°	- 0,35	- 0,83 ± 0,02	- 0,845
15°	- 0,33	- 0,79 ± 0,02	- 0,792
30°	- 0,275	- 0,68 ± 0,02	- 0,661
45°	- 0,206	- 0,51 ± 0,02	- 0,50
60°	- 0,139	- 0,35 ± 0,02	- 0,333
75°	- 0,0605	- 0,17 ± 0,02	- 0,167
90°	- 0,0123	- 0,02 ± 0,02	0,0

On remarque sur ces tableaux que, malgré les grandes ouvertures angulaires de notre dispositif expérimental, on peut déduire des données expérimentales la fonction de corrélation de spin $f(0,\phi)$ à l'aide de la formule reliant F_{mes} à f, C_g et N. Donc cette formule est une très bonne approximation reliant les différentes quantités mesurées à la fonction de corrélation de spin qu'on cherche à déterminer.

I.8 Influence des désalignements éventuels.

Nous allons discuter dans cette partie de l'influence, sur les résultats

de nos mesures, des désalignements du dispositif expérimental par rapport à l'alignement idéal. Le programme Monte-Carlo nous permet de simuler un déplacement dans une direction quelconque d'une des cibles ou des détecteurs et de comparer le résultat du calcul pour le dispositif désaligné au résultat du calcul pour le dispositif parfaitement aligné.

Les résultats du calcul montrent que des petits désalignements dans un polarimètre (variation de l'angle moyen de diffusion des protons sur la cible d'un polarimètre, faible variation de la distance détecteur diffuseur, etc.) n'ont pas d'importance sur le calcul de N et de C_g. Par contre tous les désalignements de la cible d'hydrogène par rapport au faisceau incident ou toutes les variations de l'angle moyen que fait l'axe d'un polarimètre avec le faisceau incident, ou l'angle du faisceau incident avec le plan moyen de la réaction ont une influence non négligeable, essentiellement sur la corrélation géométrique.

Ce résultat est assez intuitif : en effet nous avons vu que la corrélation géométrique est proportionnelle (en première approximation) au carré de l'ouverture angulaire pour la diffusion proton-proton. Donc, tout désalignement se répercutera par une diminution de l'ouverture géométrique et par là une diminution de la corrélation géométrique.

Par contre les valeurs des coefficients de normalisation N déduites pour des dispositifs expérimentaux légèrement désalignés varient très peu et sont compatibles entre elles.

Nous présentons dans le tableau 16 les résultats de calcul de C_g et de N pour quelques exemples de désalignement.

Ce tableau montre que tout désalignement du dispositif expérimental produit une diminution de la corrélation géométrique, diminution d'autant plus importante que le désalignement est important. Par contre, le coefficient N est peu sensible aux désalignements. En effet, nous avons vu que N est la valeur moyenne du produit des pouvoirs d'analyse des deux polarimètres ayant des grandes ouvertures angulaires, un désalignement - équivalent à une petite variation de l'angle moyen - ne modifie pas les pouvoirs d'analyse d'une manière significative.

Tableau 16

Cible de carbone 29 mg/cm^2

Dispositif parfaitement aligné $\xi = \xi' = 45°$	Cg = 0,117 ± 0,01	N = 0,435 ± 0,02
$\xi = 45°$ $\xi' = 44°,6$	C_g = 0,098 ± 0,01	N = 0,463 ± 0,02
$\xi = 45°$ $\xi' = 44°,8$	C_g = 0,102 ± 0,01	N = 0,455 ± 0,02
$\xi = 45°$ $\xi' = 45°,2$	C_g = 0,118 ± 0,01	N = 0,435 ± 0,02
$\xi = 45$ $\xi' = 45°,4$	C_g = 0,106 ± 0,01	N = 0,443 ± 0,02
$\xi = 44°9$ $\xi' = 44°,9$ spot de faisceau déplacé de 0.25 mm perpendiculairement au plan de la réaction	C_g = 0,097 ± 0,008	N = 0,46 ± 0,02

I.9 Coefficient de la corrélation géométrique C_g mesuré et calculé. Comparaison.

Dans le tableau 17 nous avons présenté les résultats de la mesure et du calcul du coefficient C_g pour les deux épaisseurs de cible de carbone utilisées :

Tableau 17

Epaisseur	C_g mesurée	C_g calculée dispositif parfaitement aligné	C_g calculée dispositif légèrement désaligné
18,6 mg/cm^2	0,05 ± 0,02	0,102 ± 0,007	0,07 ± 0,01
29 mg/cm^2	0,07 ± 0,02	0,117 ± 0,008	0,097± 0.01

On constate un désaccord entre la corrélation géométrique calculée pour un dispositif parfaitement aligné et la corrélation géométrique mesurée avec notre dispositif expérimental. Ceci n'a rien de surprenant car celui-ci a certainement des imperfections et ne possède pas l'alignement idéal : ce désalignement explique bien le désaccord entre les valeurs de C_g mesurées et calculées. Il n'est toutefois pas possible de déterminer exactement l'endroit (ou les endroits) où le dispositif expérimental est désaligné.

Nous pensons que le désalignement essentiel provient de la position de la cible d'hydrogène, la porte-cible contenant une partie mobile par rapport au couvercle sur lequel sont fixés les polarimètres. Les résultats de ce calcul de C_g, pour un léger désalignement du dispositif expérimental - déplacement de la cible d'hydrogène vers les polarimètres de 0,1 mm et déplacement du plan moyen de la réaction de 0,25 mm - sont montrés sur le même tableau 17. Les résultats obtenus se rapprochent de l'expérience. Pour expliquer les 2 % d'écart restant, il faut supposer d'autres petites imperfections de la géométrie.

I.10 Déduction du coefficient de normalisation N

Le calcul Monte Carlo prévoit pour les coefficients de normalisation :

$N = 0{,}44 \pm 0{,}005$ pour les cibles de 29 mg/cm^2 ,

$N = 0{,}52 \pm 0{,}005$ pour les cibles de 18,6 mg/cm^2 .

Les erreurs ne représentent que les erreurs statistiques du calcul Monte-Carlo ; ces résultats sont en très bon accord avec une estimation de N à partir des pouvoirs d'analyse. Par exemple, pour la cible de 18.6 mg/cm^2, le pouvoir d'analyse moyen mesuré est de :

$$P = -0{,}70 \ .$$

L'incertitude sur la valeur de N peut provenir :

. de l'erreur statistique sur la mesure du pouvoir d'analyse (0,01 dans nos mesures) ;

. de l'erreur sur le pouvoir d'analyse du point de référence (estimée à 0.01).

. de l'erreur due à l'interpolation de la section efficace et du pouvoir d'analyse dans la diffusion des protons sur le carbone (estimée à 0,01) ce qui donne une erreur de l'ordre de 0,025 sur N.

Le tableau 18 montre les valeurs du coefficient N (estimées à partir du calcul Monte-Carlo) et la corrélation géométrique (mesurée), que nous avons admises pour notre expérience.

Tableau 18

Cible	corrélation géométrique	N
18,6 mg/cm^2	$C_g(0°,0°) = 0,05 \pm 0,02$	$0,52 \pm 0,025$
29 mg/cm^2	$C_g(0°,0°) = 0,07 \pm 0,02$	$0,44 \pm 0,025$

II. Déduction de la fonction de corrélation de spin

Connaissant le facteur de normalisation N et le coefficient C_g, il est aisé de déduire à partir de la formule A et des asymétries de comptages, la fonction $\overline{f(0°,\phi)}$ qui régit l'expérience. Nous obtenons ainsi (tableau 19 et 20).

Tableau 19

E_p = 13.2 MeV - cibles 18.6 mg/cm^2		
ϕ	$F_{mes}(0,\phi)$	$\overline{f_{exp}(0,\phi)}$ déduite
0°	- 0,397 ± 0,052	- 0,85 ± 0,11
30°	- 0,383 ± 0,041	- 0,81 ± 0,10
45°	- 0,292 ± 0,038	- 0,63 ± 0,09
60°	- 0,237 ± 0,041	- 0,51 ± 0,10
90°	- 0,006 ± 0,033	- 0,01 ± 0,07

Tableau 20

E_p = 13,7 MeV - cibles 29 mg/cm^2		
ϕ	$F_{mes}(0,\phi)$	$\overline{f_{exp}(0,\phi)}$ déduite
0°	- 0,38 ± 0,025	- 0,99 ± 0,09
30°	- 0,270 ± 0,025	- 0,74 ± 0,08
45°	- 0,256 ± 0,023	- 0,69 ± 0,08
60°	- 0,173 ± 0,025	- 0,48 ± 0,07
90°	+ 0,028 ± 0,04	+ 0,07 ± 0,10

Les erreurs sur $f_{exp}(0°,\phi)$ représentent d'une part les erreurs statisti-
surd sur $F_{mes}(0°,\phi)$ et d'autre part les erreurs sur la valeur de la corré-
lation géométrique et la valeur de la constante N.

Nous pouvons combiner les résultats des deux expériences en tenant compte de leur poids statistique. Nous obtenons alors les résultats de synthèse (tableau 21):

Tableau 21

ϕ	$\overline{f_{exp}(0,\ )}$ (synthèse)
0°	- 0,93 ± 0,07
30°	- 0,77 ± 0,06
45°	- 0,66 ± 0,06
60°	- 0,48 ± 0,06
90°	+ 0,021± 0,05

Ce sont ces résultats que nous allons comparer aux différentes théories; les résultats des expériences étant compatibles entre eux, la comparaison de chaque expérience individuelle aux théories donnera le même résultat avec, bien sûr, une signification statistique moins grande.

III. Comparaison aux prévisions théoriques

Nous avons donné dans le chapitre II, la fonction de corrélation de spin prédite par la mécanique quantique :

$$f_{M.Q.}(0,\phi) = C_{nn} \cos \phi \ .$$

Si l'on tient compte des ouvertures angulaires des polarimètres, on obtiendra (chap. V.I.1) :

$$\overline{f_{M.Q.}(0,\phi)} = 0{,}955\ C_{nn} \cos \phi$$

où le coefficient 0,955 est une atténuation de la fonction de corrélation due aux ouvertures angulaires. La valeur du coefficient C_{nn} avait été déduite des mesures de la diffusion des protons polarisés sur une cible polarisée [CA-67] :

$$C_{nn} = - 0{,}95 \ .$$

Dans le tableau 22 nous comparons les valeurs à 0°, 30°, 45°, 60° et 90°, à celles prévues par la mécanique quantique :

Tableau 22

ϕ	$\overline{f_{exp}(0,\phi)}$	$\overline{f_{M.Q.}(0,\phi)}$
0°	- 0,93 ± 0,07	- 0,90
30°	- 0,77 ± 0,06	- 0,78
45°	- 0,66 ± 0,06	0,64
60°	- 0,48 ± 0,06	0,45
90°	+ 0,02 ± 0,05	0

On constate que l'accord avec les prévisions de la mécanique quantique est excellent. Réciproquement, nos résultats expérimentaux permettent de déduire la valeur de C_{nn}:

$$C_{nn} = - 0,97 \pm 0,04 \cdot$$

Cette valeur est en très bon accord avec les résultats de mesure de la diffusion des protons polarisés sur une cible polarisée [CA 67] qui donnait $C_{nn} = - 0,95 \pm 0,02$ et ceux de la mesure effectuée avec un dispositif similaire au nôtre [BU 64] qui donnait $C_{nn} = - 0,96 \pm 0,06$.

Dans le tableau 23, nous comparons les résultats expérimentaux aux valeurs limites de l'inégalité de Bell.

Tableau 23

ϕ	$\lvert\overline{f_{exp}(0,\phi)}\rvert$	limite supérieure inégalité de Bell
0	0,93 ± 0,07	1
30°	0,77 ± 0,06	0,69
45°	0,66 ± 0,06	0,52
60°	0,48 ± 0,06	0,37
90°	0.02 ± 0,05	0,02

On constate que l'expérience est en désaccord total avec les limites de l'inégalité de Bell et les rejette d'une manière significative. La probabilité pour que nos résultats expérimentaux à 30°, 45° et 60° soient en accord avec l'inégalité de Bell est de 7×10^{-4} (à plus de trois écart - types) donc complètement négligeable (fig.27).

On peut exclure l'hypothèse d'une erreur systématique éventuelle sur nos

résultats de $f_{exp}(0,\phi)$. Une telle erreur systématique peut provenir d'une mauvaise évaluation du coefficient de normalisation N (erreur de 40 % sur N). Or N est la valeur moyenne du produit des pouvoirs d'analyse des polarimètres, et ceux-ci ont été mesurés par plusieurs auteurs.

En conclusion, nos résultats sont en très bon accord avec les prévisions de la mécanique quantique et rejettent l'inégalité de Bell si l'on admet les hypothèses formulées au début de ce mémoire pour un dispositif expérimental non idéal.

CONCLUSION

Nous avons mesuré la fonction de corrélation de spin dans la diffusion proton-proton pour tester la validité des théories de variables cachées locales.

Après avoir rappelé le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen et la démonstration de l'inégalité de Bell, nous avons décrit l'expérience parfaite permettant de tester cette inégalité sans aucune hypothèse supplémentaire. Cette expérience parfaite doit satisfaire à deux types de conditions :

1) Les conditions de temps qui doivent assurer la séparation des paquets d'ondes des deux particules quand elles pénètrent dans les polarimètres et interdire tout échange d'information entre les particules pendant leur temps de vol dans les polarimètres.

2) Les conditions d'efficacité de détection des polarimètres.

Il est très difficile, dans une expérience réelle, de satisfaire à l'ensemble de ces conditions et notre expérience n'échappe pas à cette règle. Il est donc nécessaire d'admettre une hypothèse supplémentaire chaque fois qu'une des conditions de l'expérience idéale n'est pas satisfaite. Nous avons discuté et établi les 4 hypothèses nécessaires pour pouvoir comparer nos résultats expérimentaux aux limites de l'inégalité de Bell.

Ces hypothèses sont nécessaires : en effet si on ne les admet pas, il est possible de trouver des modèles de variables cachées locales reproduisant, pour notre dispositif expérimental, les prédictions de la mécanique quantique.

Un tel modèle de variables cachées locales a été explicitement construit.

Une mesure de la fonction de corrélation de spin dans la diffusion proton sur proton pose un certain nombre de problèmes expérimentaux liés au faible taux de comptage. Le dispositif experimental a été réalisé pour minimiser le fond provenant des neutrons et des rayons gamma. Des mesures annexes ont été effectuées pour déterminer le pouvoir d'analyse des polarimètres et la corrélation géométrique. Un grand nombre de mesures de contrôle ont été faites pour vérifier la géométrie de l'expérience. Par une méthode Monte-Carlo, tenant compte de la géométrie exacte de l'expérience, nous avons évalué les pouvoirs d'analyse, la corrélation géométrique etc.. Les mesures annexes ont été comparées aux prévisions de ce calcul. Nous avons étudié l'influence des désalignements éventuels sur les résultats de la mesure. Les problèmes expérimentaux (cibles d'hydrogène, système d'acquisition etc..) ont été résolus d'une manière satisfaisante.

Nos résultats de mesure sont en très bon accord avec la mécanique quantique et rejettent l'inégalité de Bell d'une manière significative.

Les expériences effectuées jusqu'à ce jour sont - presque toutes - en faveur de la mécanique quantique et rejettent l'inégalité de Bell, si des hypothèses supplémentaires sont admises. Les hypothèses supplémentaires concernant les conditions d'efficacité, supposent que les variables cachées - si elles existent - n'utilisent pas les imperfections des appareils de mesure de polarisation pour rétablir la mécanique quantique. Dans une certaine mesure, les différents types d'expériences peuvent être considérés comme complémentaires en ce qui concerne les conditions d'efficacité.

Par contre, les conditions de temps ne sont que très partiellement ou pas du tout remplies dans les différents types d'expériences ; seule notre expérience satisfait une partie de ces conditions à savoir le temps de vie très court de l'état intermédiaire.

C'est pourquoi les résultats de l'expérience proposée et en préparation par A. Aspect (satisfaisant presque entièrement aux conditions de temps de l'expérience idéale) seront tres importants et donneront une réponse plus précise à la question de la localité en microphysique. Néanmoins, on peut affirmer que les expériences réalisées jusqu'à ce jour sont en faveur des propriétés non locales en microphysique.

Annexe 1

RESULTATS DES EXPERIENCES RECENTES DE CORRELATION DES PHOTONS DANS LES CASCADES ATOMIQUES

Deux expériences récentes ont été effectuées pour tester l'inégalité de Bell. D'abord l'expérience de Holt et de Pipkin [HO 73], a été répétée par Clauser [CL 76]. Le résultat obtenu

$$\delta_{exp} = \left| \frac{N(22°5) - N(67°5)}{N_o} \right| - \frac{1}{4} = 0{,}0385 \pm 0{,}0093$$

est en accord avec la mécanique quantique ($\delta_{M.Q.} = 0{,}0348$) et en désaccord avec l'inégalité de Bell ($\delta_{Bell} \leqslant 0$).

Il semble donc que l'expérience de Holt et Pipkin avait été entachée d'une erreur expérimentale.

Une autre expérience sur une autre cascade de photons a été effectuée par E.S Fry [FR 76]. L'excitation du mercure, à partir d'un niveau métastable vers le niveau supérieur par un faisceau laser, a permis d'améliorer nettement

l'expérience ; le temps des mesures était considérablement réduit par rapport aux autres expériences. Le résultat obtenu :

$$\delta_{exp} = 0.048 \pm 0.01$$

est en très bon accord avec la mécanique quantique ($\delta_{M.Q.} = 0.046$) et en désaccord avec l'inégalité de Bell ($\delta_{Bell} < 0$).

On peut donc déduire que les résultats des expériences de corrélation des photons dans les cascades atomiques sont en faveur de la mécanique quantique.

Annexe 2

RELATIONS ENTRE LES DIFFERENTS COEFFICIENTS UTILISES POUR LA DESCRIPTION DE LA DIFFUSION PROTON-PROTON

L'expression de la matrice M(θ) décrivant la diffusion proton sur proton avait été donnée dans le chapitre II. Si l'on se restreint aux ondes S,P et D (à faible énergie seules les ondes de moment angulaire le plus bas interviennent), on peut écrire les éléments de la matrice M(θ) [RA 61] :

$$a = f_c(\theta)+f_c(\pi-\theta)+\frac{i}{k}\{e^{2i\sigma_0}(1-e^{2i\delta_S})+e^{2i\sigma_2}(1-e^{2i\delta_D})\tfrac{5}{2}(3\cos^2\theta-1)\}.$$

$$b = f_c(\theta)-f_c(\pi-\theta)+\frac{ie^{2i\sigma_1}}{k}\{3\cos\theta-\tfrac{3}{2}e^{2i\delta^1}\cos\theta-\tfrac{3}{2}e^{2i\delta^1}\cos\theta\},$$

$$c = \{f_c(\theta)-f_c(\pi-\theta)\}\cos\theta+\frac{ie^{2i\sigma_1}}{k}\{3\cos^2\theta-(3\cos^2\theta-\tfrac{3}{2})e^{2i\delta^2}-\tfrac{3}{2}e^{2i\delta^1}\},$$

$$d = \{f_c(\theta)-f_c(\pi-\theta)\}\sin\theta+\frac{ie^{2i\sigma_1}}{k}3\sin\theta\cos\theta(1-e^{2i\delta^2}),$$

$$e = \{f_c(\theta)-f_c(\pi-\theta)\}\cos\theta+\frac{ie^{2i\sigma_1}}{k}\{3\cos^2\theta-e^{2i\delta^0}-(3\cos^2\theta-1)e^{2i\delta^2}\}.$$

où $f_c(\theta)$ est l'amplitude de la diffusion coulombienne, les σ sont les dépha-

sages coulombiens, δ_S et S_D les déphasages des ondes S et D et S^0, S^1, S^2 les déphasages de l'onde P. On voit qu'à un angle de diffusion $\theta = \pi/2$ dans le centre de masse ($\theta_{lab} = \pi/4$), la contribution de la diffusion coulombienne est nulle sur les coefficients (b, c, d et e) décrivant la diffusion triplet.

Les coefficients de corrélation de spin A_{xx} etc... sont reliés aux éléments de matrice par :

$$\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{n.p.} = \tfrac{1}{4}\{|a|^2+|b|^2+|c|^2+2|d|^2+|e|^2\},$$

$$4A_{ss}\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{n.p.} = |b|^2+|c|^2-|a|^2-|e|^2,$$

$$4A_{vv}\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{n.p.} = |c|^2+|e|^2+2|d|^2-|a|^2-|b|^2,$$

$$4A_{ww}\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{n.p.} = |b|^2+|e|^2-|c|^2-|a|^2,$$

$$4A_{sv}\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}\right)_{n.p.} = d^*(e-c)+d(e^*-c^*),$$

Les coefficients C_{nn}, C_{kp} , C_{pp} et C_{kk}, définis en prenant des axes de quantification $O\vec{n}$ perpendiculaire au plan de la réaction $O\vec{p}$ la direction du proton sortant dans le laboratoire et $O\vec{k}$ la direction opposée à celle du proton de recul, peuvent s'écrire :

$$C_{kp} = C_{pk} = \tfrac{1}{2}\sin\theta(A_{ss}-A_{ww})+\cos\theta\, A_{sw},$$
$$C_{kk} = \sin^2\tfrac{1}{2}\theta\, A_{ss}+\cos^2\tfrac{1}{2}\theta\, A_{ww}+\sin\theta\, A_{sw},$$
$$C_{pp} = \cos^2\tfrac{1}{2}\theta\, A_{ss}+\sin^2\tfrac{1}{2}\theta\, A_{ww}-\sin\theta\, A_{sw},$$

et $C_{nn} = A_{yy}$

Annexe 3

MESURE DE LA DISPERSION ANGULAIRE DUE A LA DIFFUSION MULTIPLE

Quand un faisceau de particules chargées traverse une certaine épaisseur de matière, le faisceau sortant est ralenti. Ce ralentissement est dû essentiellement à la diffusion - à des petits angles - des particules chargées sur les électrons du cortège électronique des noyaux du milieu ralentisseur. Une telle diffusion se produit un grand nombre de fois pendant la traversée de la particule : il s'ensuit que la direction et l'énergie du faisceau des particules sortantes sont dispersées autour d'une direction moyenne (celle du faisceau incident) et d'une énergie moyenne (celle du faisceau incident moins la perte d'énergie).

Il est extrêmement important de connaître la dispersion angulaire car celle-ci détruit - partiellement - la corrélation entre les directions de propagation des protons et diminue donc la corrélation géométrique. Pour être sûr des valeurs fournies par les tables [MA 68], nous avons mesuré ces dispersions angulaires. Le schéma 22 montre le dispositif expérimental. Un faisceau de protons d'énergie E est envoyé sur une cible mince d'hydrogène. Le proton sortant et le proton de recul sont détectés en coïncidence. Le détecteur D_1 est fortement diaphragmé.

Le détecteur D_2 est sensible à la position du proton détecté.

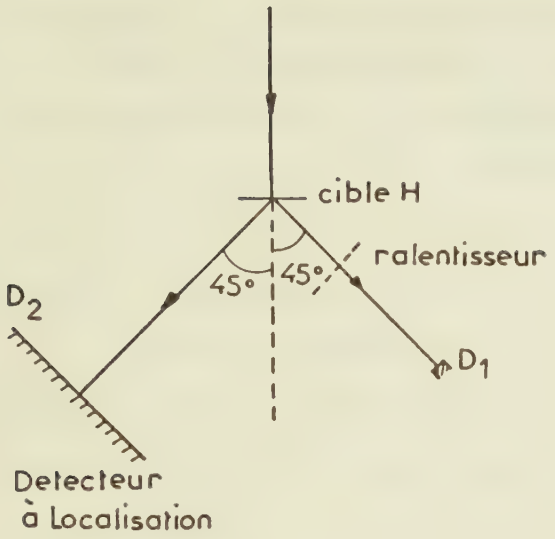


Schéma 22

On peut ainsi étudier la forme du faisceau de protons détectés par D_2 et en coïncidence avec des protons détectés par D_1. En l'absence de ralentisseur, seul les protons diffusés à 45° sont détectés par D_1 : à cause de la cinématique, les protons détectés en coïncidence par D_2 aurons donc une direction bien définie.

En présence d'un ralentisseur, des protons qui sont diffusés aux angles différents de 45° peuvent aussi atteindre le détecteur D_1. On observera donc, sur D_2, un élargissement du spectre en position des protons en coïncidence avec ceux détectés par D_1 (schéma 23). Ce spectre a, comme prévu, une forme gaussienne. En utilisant des ralentisseurs d'épaisseur et de nature différente, on a vérifié que la formule [JO-73]

$$\langle\theta_o\rangle^2 = 0.25 \left[\frac{Z_s(Z_s+1)}{A_s}\right]^2 \frac{Z_i}{E_i^2} \times L$$

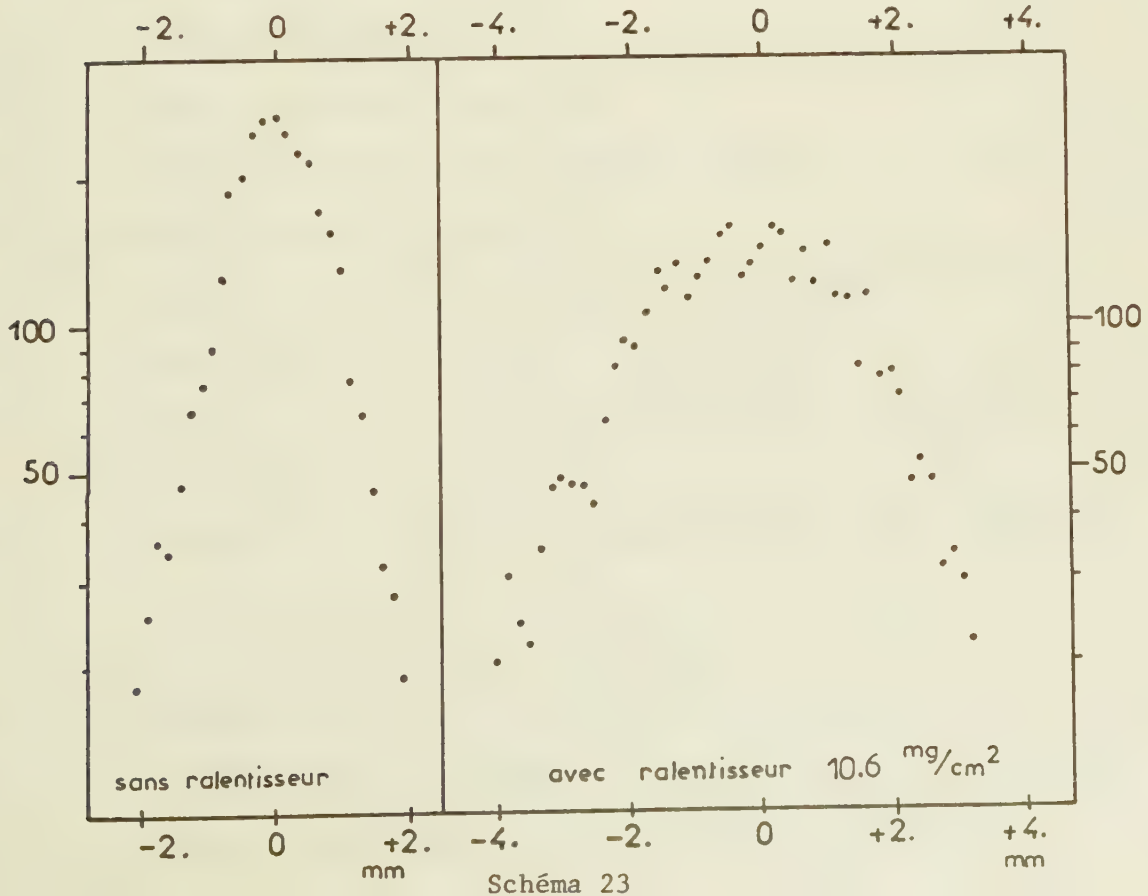


Schéma 23

où Z_s et A_s sont la charge et la masse du milieu ralentisseur, Z_i la charge de la particule, E_i l'énergie moyenne (en MeV) de la particule dans le milieu ralentisseur, L l'épaisseur traversée en $\mu g/cm^2$ et ou θ_o est exprimé en milliradians, reproduit bien la largeur des gaussiennes.

REFERENCES

[AF-73] S. Afnaim et al. Fonctions priorités. Rapport interne SPh-N/BE juin 73

[AN-70] J.L. Andrade e Silva, Proceedings of the Intern School of Physics "Enrico Fermi" course 49, Varenna 1970.

[AS-75] A. Aspect, Phys. Letters 54A (1975) 117.

[AV 69] Avril et al. Compte Rendu d'Activité du DPh-N (1968-1969) Note CEA N-1232.

[AV 70] Avril et al. Compte Rendu d'Activité du DPh-N (1969-1970) Note CEA N-1390.

[BE-64] J.S. Bell, Physics 1 (1964) 195.

[BE-68] E.M. Bernstern et al. Phys. Rev. 173 (1968) 937.

[BE-70] J.S. Bell, Proceedings of the Intern School of Physics "Enrico Fermi" course 49, Varenna 1970.

[BE-73] F.J. Belinfante, A survey of hidden variables théories (Pergamon Press, 1973).

[BL-65] R.A. Blue et W. Haerbi, Phys. Rev. 137B (1965) 284.

[BO-35] N. Bohr, Phys. Rev. 48 (1935) 696.

[BO-51] D. Bohm, Quantum Theory (Prentice-Hall 1951).

[BO-52] D. Bohm, Phys. Rev. 85 (1952) 166, 180.

[BO-57] D. Bohm et Y. Aharanov, Phys. Rev. 108 (1957) 1070

[BO-66] D. Bohm, J. Bub, Rev. Mod. Phys. 38 (1966) 453

[BR-71] L. de Broglie, La réinterprétation de la Mécanique Quantique (Gauthier-Villars 1971).

[BU-64] R.L. Burman et al. Congrès de Physique Nucléaire Paris (1964) 1/C, 180.

[CA-67] P. Catillon et al. Nucl. Phys. B2 (1967) 93.

[CL-69] J.F. Clauser et al. Phys. Rev. Letters 23 (1969) 880.

[CL-74] J.F. Clauser et M.A. Horn, Phys. Rev. D10 (1974) 526.

[CL-76] J.F. Clauser, Conf. Thinkshops on physics (Erice, avril 76).

[DU-67] J.S. Duval et al. Nucl. Phys. A93 (1967) 164.

[EI-49] A. Einstein Philosopher-scientist (P. Shilp éd. (1949)

[EPR-35] Einstein-Podolsky-Rosen, Phys. Rev. vol. 47 (1935) 777.

[ES-65] B. d'Espagnat (Hermann 1965).

[ES-74] B. d'Espagnat, Phys. Rev. D 2 (1975) 1424.

[EV-61] R.D. Evans, Le noyau atomique (Dunod Paris 1961).

[FA-74] G. Faraci et al. Lettere al Nuovo Cimento 9 (1974) 607.

[FO-71] R. Fox, Lettere al Nuovo Cimento, 2 (1971) 565.

[FR-72] S.J. Freedman et J.F. Clauser, Phys. Rev. Letters 28 (1972) 938.

[FR-76] E.S. Fry, Conf. Thinkshops on physics (Erice, avril 76).

[GR-74] J. Grea, Thèse de docteur ès-Sciences, Université de Lyon 1 (1974).

[HA-67] J.M. Hammersley et D.C. Handscomb, Les méthodes de Monte-Carlo (Monographie Dunod 1967).

[HO-73] R.A. Holt, Ph. D thesis, Harward University Cambridge, Massachussets et R.A. Holt et F.M. Pipkin, preprint (1973).

[HU-75] J.D. Hutton et al. Phys. Rev. Letters 35 (1975) 429.

[JO-73] T. Joy, Nucl. Inst. and Meth. 106 (1973) 237.

[KA-70] L.R. Kasday dans Proceeding of the International School of Physics "Enrico Fermi" course 49 (Academic Press, New York, London 1970).

[KO-67] C.A. Kocher et E.D. Commins, Phys. Rev. Letters 18 (1967) 575.

[LA-60] H. Langhoff, Z. Physik 160 (1960), 186.

[MA-68] J.B. Marion and F.C. Young, Nucl. Reaction Analysis (North Holland Publishing Company, Amsterdam 1968)

[MO-49] N.F. Mott and F.E. Mayers, Theory of atomic collisions (2nd ed. Oxford University Press, London 1949).

[MO-65] S.J. Moss et al. Nucl. Phys. 72, (1965) 417.

[NE-32] J. Von Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanick, (J. Springer, Berlin 1932).

[NE-55] J. Von Neumann, The Mathematical foundations of quantum mechanics (Princeton University Press, Princeton New York, 1955).

[NO-70] L.C. Northcliff and R.F. Schilling, Nucl. Data Tables , 7 (1970) 233

[PA-67] C. Papiolos, Phys. Rev. Letters 18 (1967) 622.

[RA-61] J. Raynal, Nucl. Phys., 28 (1961) 220

[RE-56] C.W. Reich et al. Phys. Rev. 104 (1956) 143.

[RE-66] A. Rémyi, Calcul de probabilités (Dunod 1966).

[SH-71] A. Shimony, dans Proceeding of the Intern. School of Physics "Enrico Fermi" course 49 (Academic Press , New York , London 1970)

[TE-68] G.E. Terrel et al. Phys. Rev. 173 (1963) 931.

[WI-70] E.P. Wigner, Am. J. Phys. 38 (1970) 1005.

[WO-56] L. Wolfenstein, Ann. Rev. Nucl. Sci. 6 (1956) 43.

[WU-50] C.S. Wu et J. Shaknov, Phys. Rev. 77 (1950) 136.

Légende des Figures

Fig. 1 : Résultats des expériences de corrélation de photon dans la désintégration du positron. En (a) les résultats de Kasday [KA 70] en accord avec la M.Q. et en (b) ceux de Faraci [FA-74] en accord avec la limite de Bell.

Fig. 2 : Evolution de la valeur de la corrélation géométrique (pour une section efficace Rutherford) avec le nombre de coups du calcul Monte-Carlo.

Fig. 3 : Evolution des valeurs de C_g et $P_{mes}^{M.O.}(0°,0°)$ avec le nombre de coups du calcul Monte-Carlo. On remarque la convergence plus rapide des résultats par rapport à la figure 2 ; la section efficace de la diffusion des protons sur le carbone varie plus lentement avec l'angle qu'une section efficace Rutherford.

Fig. 4 : Résultats de la paramétrisation en déphasage de la section efficace et du pouvoir d'analyse de la diffusion des protons sur le carbone. Les points sont les résultats des différentes expériences faites par plusieurs auteurs, les courbes présentent les résultats des calculs. L'accord est très bon.

Fig. 5 : Même légende que la fig. 4.

Fig. 6 : Dessin du couvercle de la chambre à diffusion et les polarimètres à 2 détecteurs.

Fig. 7 : Dessin du polarimètre à 4 détecteurs sans le collimateur de plomb.

Fig. 8 : Photographie du couvercle cible d'hydrogène enlevée. On distingue les diaphragmes de définition du faisceau, le polarimètre à 4 détecteurs (sans collimateurs) et le polarimètre à 2 détecteurs.

Fig. 9 : Premier spectre d'énergie des protons obtenu sur un détecteur du polarimètre. On distingue à peine le pic de la diffusion proton sur proton sur le fond provenant des neutrons et des γ.

Fig. 10 : Spectre d'énergie des protons obtenu en comptage libre. Le pic de la diffusion proton sur proton sort bien du fond. Le progrès est considérable en comparaison avec la fig. 9

Fig. 11 : Le schéma de l'électronique utilisé lors de la première expérience (polarimètres à 2 détecteurs).

Fig. 12 : Le schéma de l'électronique utilisée lors de la dernière expérience (polarimètres à 4 détecteurs).

Fig. 13 : Schéma simplifié de l'électronique.

Fig. 14 : Un exemple de spectre temps. En haut le spectre temps sans correction due au temps de montée des impulsions. L'amélioration de la résolution en temps est très nette.

Fig. 15 : Exemple d'un spectre d'énergie en coïncidence obtenu avec des cibles de carbone de 18,6 mg/m^2 dans les polarimètres. L'énergie incidente des protons était 13,2 MeV. La courbe est le résultat de la simulation Monte-Carlo.

Fig. 16 : Exemple d'un spectre d'énergie en coïncidence obtenu avec des cibles de carbone de 29 mg/cm^2 dans les polarimètres. L'énergie incidente des protons était 13,7 MeV. La courbe est le résultat de la simulation Monte-Carlo.

Fig. 17 : Exemple des spectres d'énergie des protons détectés par les détecteurs gauche et droit lors de la mesure du pouvoir d'analyse par la méthode de la double diffusion. L'épaisseur de la cible du polarimètre est de 18,6 mg/cm^2. La courbe représente le résultat du calcul Monte Carlo.

Fig. 18 : Même légende que la figure 17 mais l'épaisseur de la cible est de 29 mg/cm^2.

Fig. 19 : Résultats de la mesure du pouvoir d'analyse pour la cible de 18 6 mg/cm^2. La bande hachurée représente le résultat du calcul Monte-Carlo en tenant compte de toutes les erreurs.

Fig. 20 : Même légende que la fig. 19 mais l'épaisseur de la cible est de 18 6 mg/cm^2.

Fig. 21 : L'asymétrie des comptages lors d'une expérience de double diffusion entre les détecteurs du polarimètre en fonction de l'angle entre les détecteurs du polarimètre et le plan de la première diffusion. Cette asymétrie suit bien une courbe en cos θ (loi de Malus).

Fig. 22 : Corrélation géométrique avec des cibles de tantale en fonction de l'angle que fait un des polarimètres avec le plan de la réaction, l'autre polarimètre étant dans le plan de la réaction. La corrélation mesurée suit bien comme prévu une courbe en cos ϕ.

Fig. 23 : Nombre des mesures présentant une certaine asymétrie en fonction de cette asymétrie. On obtient une distribution normale autour de

la valeur moyenne

Fig. 24 : Asymétrie des mesures individuelles lors de l'expérience avec des cibles de 18,6 mg/cm^2.

Fig. 25 : Ouverture angulaire en θ du polarimètre déterminée par Monte Carlo. θ est l'angle entre la direction des protons diffusés par la cible d'hydrogène et celle de protons diffusés par la cible du polarimètre.

Fig. 26 : Ouverture angulaire en ϕ du polarimètre déterminée par Monte-Carlo. ϕ est l'angle entre le plan de diffusion proton-proton et le plan de diffusion proton sur cible du polarimètre.

Fig. 27 : Fonction de corrélation de spin déduite de l'expérience et comparée aux prédictions de la M.Q. et la limite de l'inégalité de Bell.

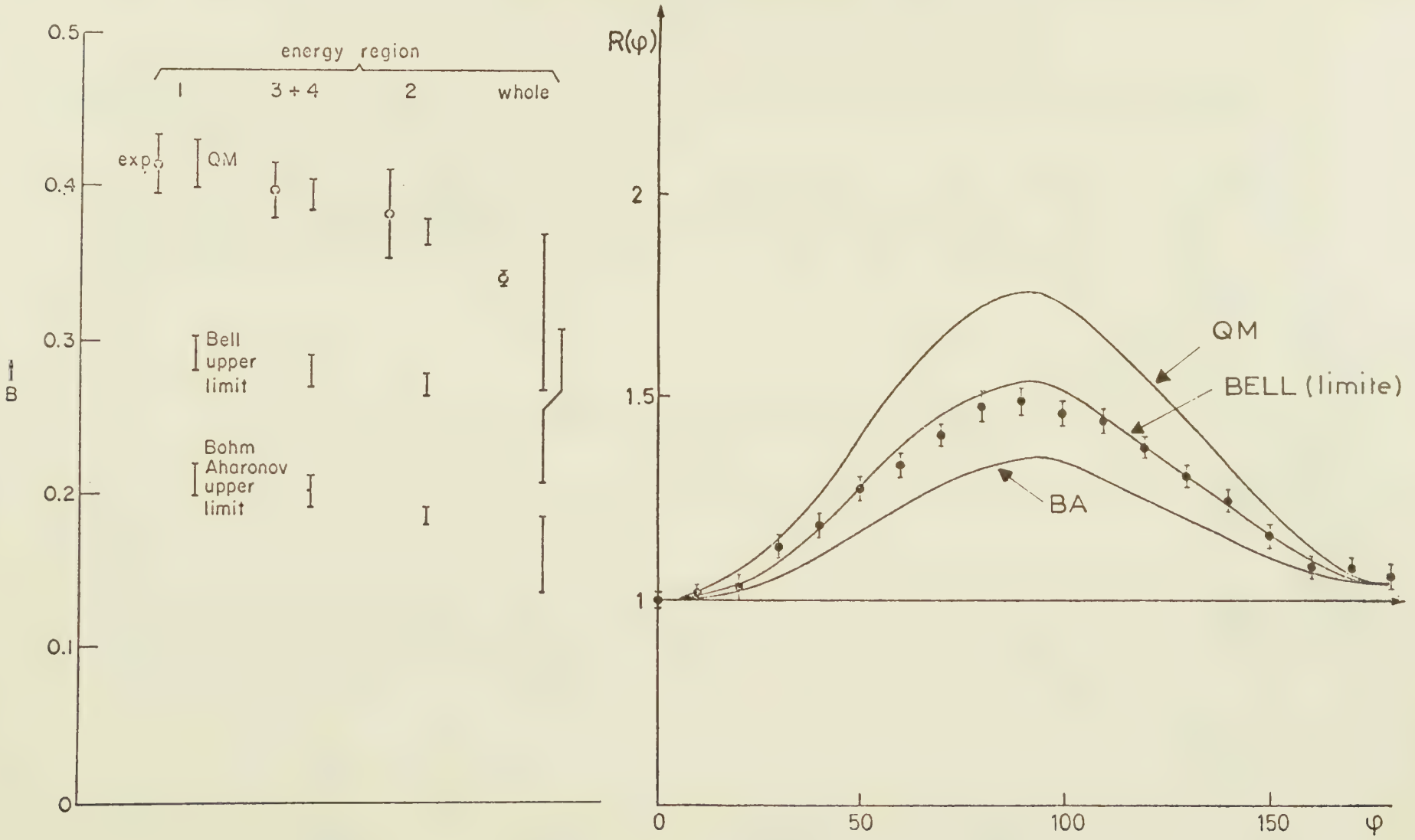

0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
B
energy region
1
3 + 4
2
whole
exp
QM
Bell
upper
limit
Bohm
Aharonov
upper
limit
R(φ)
2
1.5
1
QM
BELL (limite)
BA
0
50
100
150
φ

Fig. 1

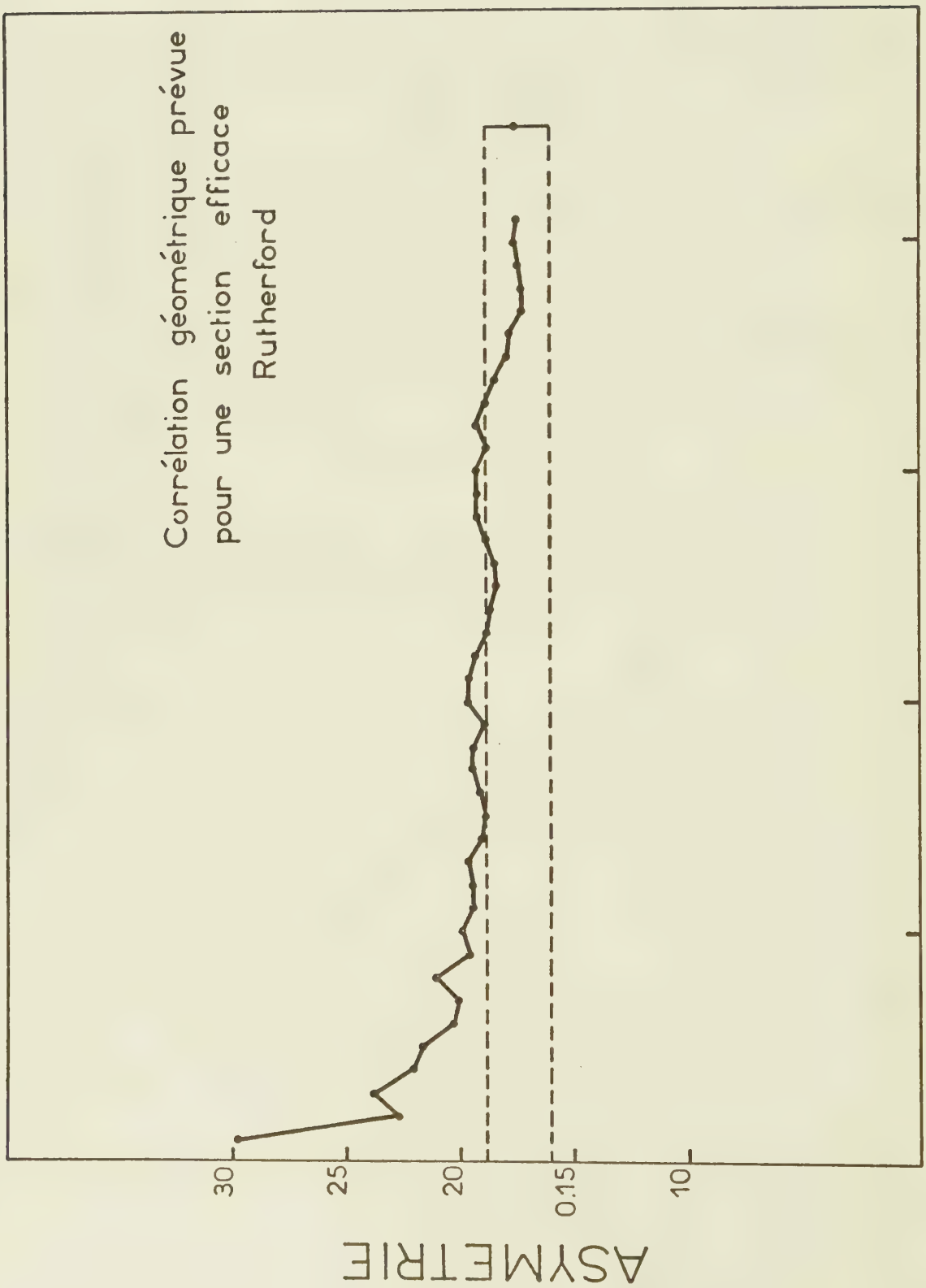

Corrélation géométrique prévue
pour une section efficace
Rutherford
ASYMETRIE
30
25
20
0.15
10
500
1000
1500
2000

Fig. 2

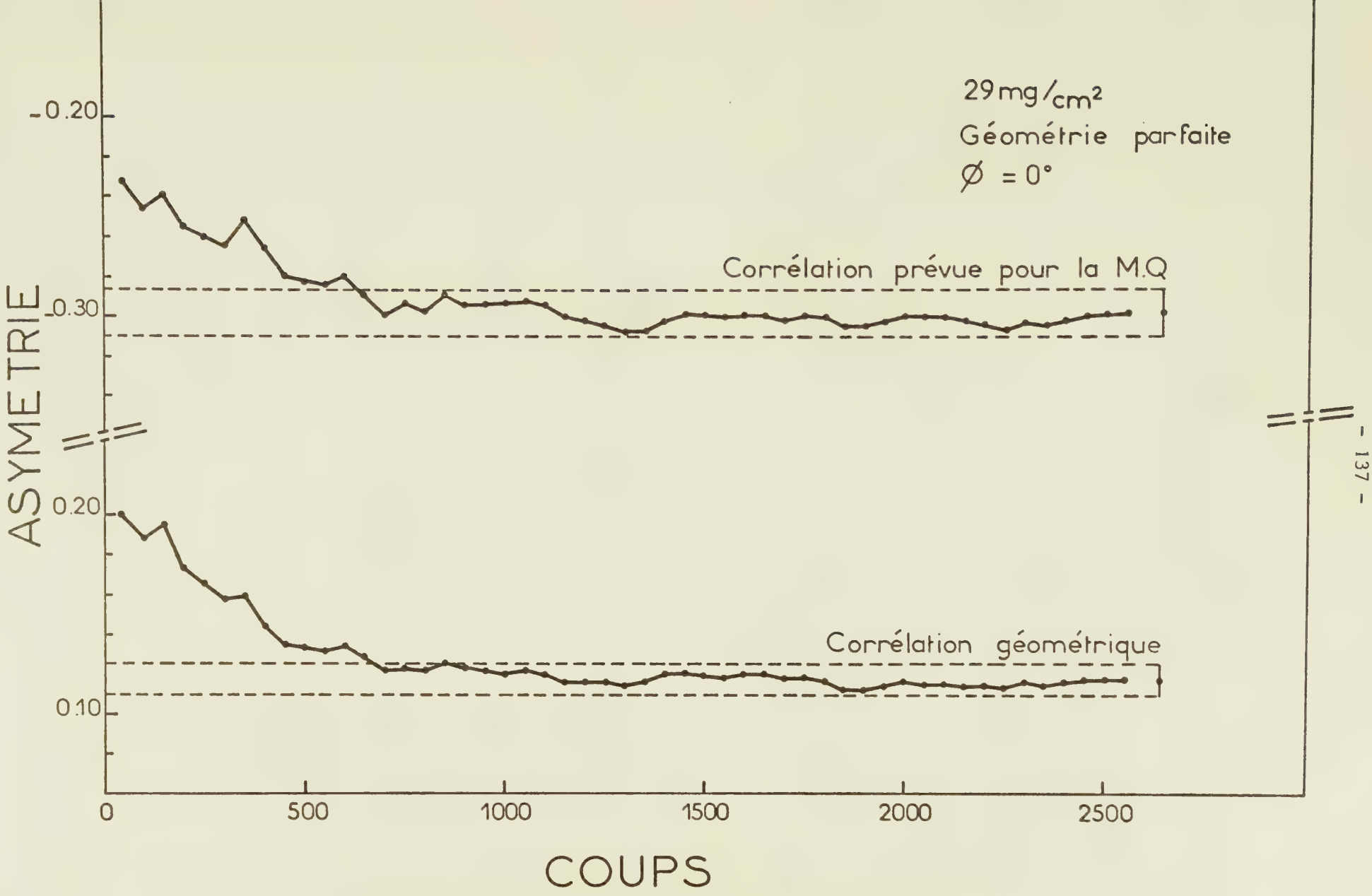

29 mg/cm²
Géométrie parfaite
Ø = 0°
Corrélation prévue pour la M.Q
Corrélation géométrique
ASYMETRIE
-0.20
-0.30
0.20
0.10
0
500
1000
1500
2000
2500
COUPS

Fig. 3

$^{12}C(p,p)^{12}C$

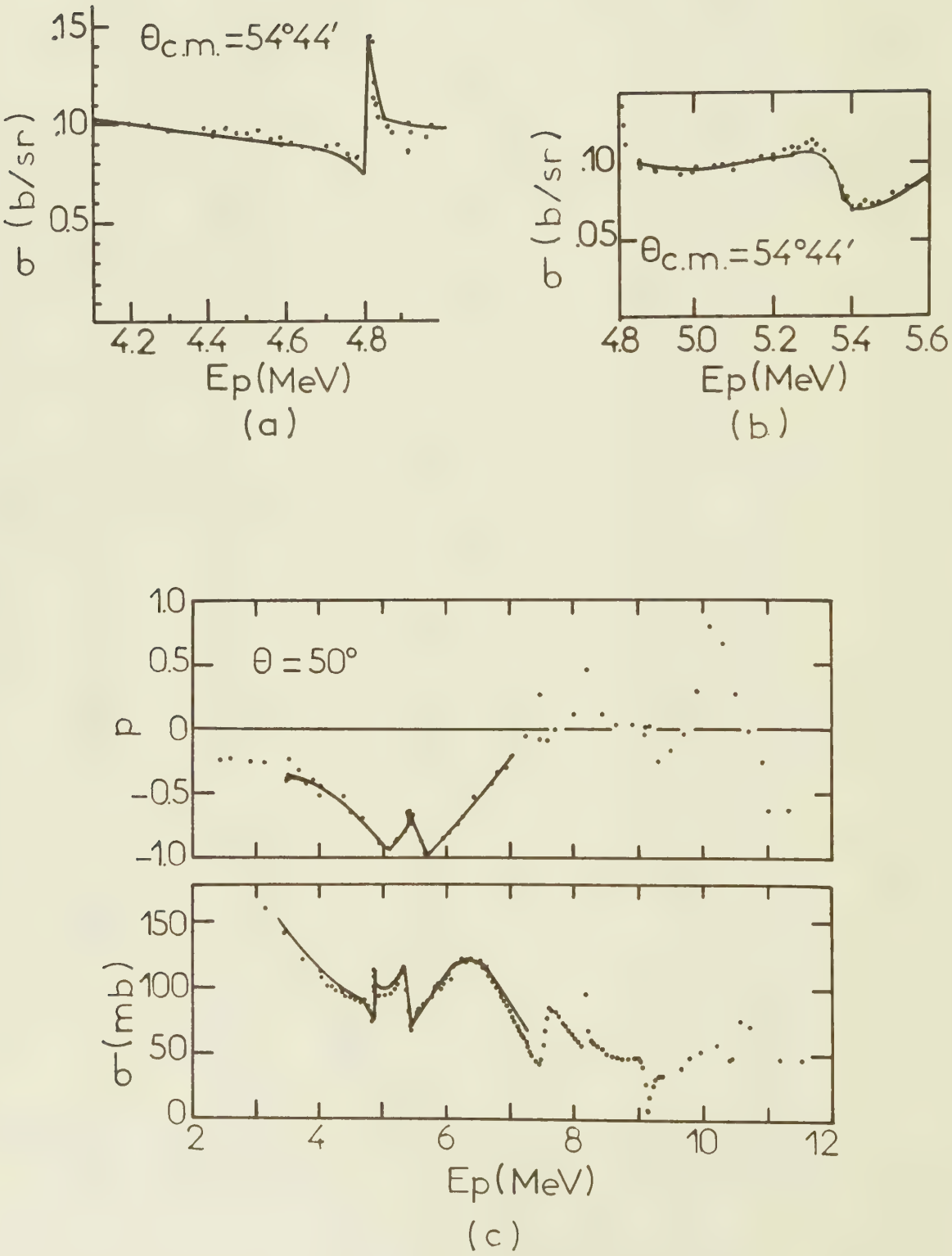
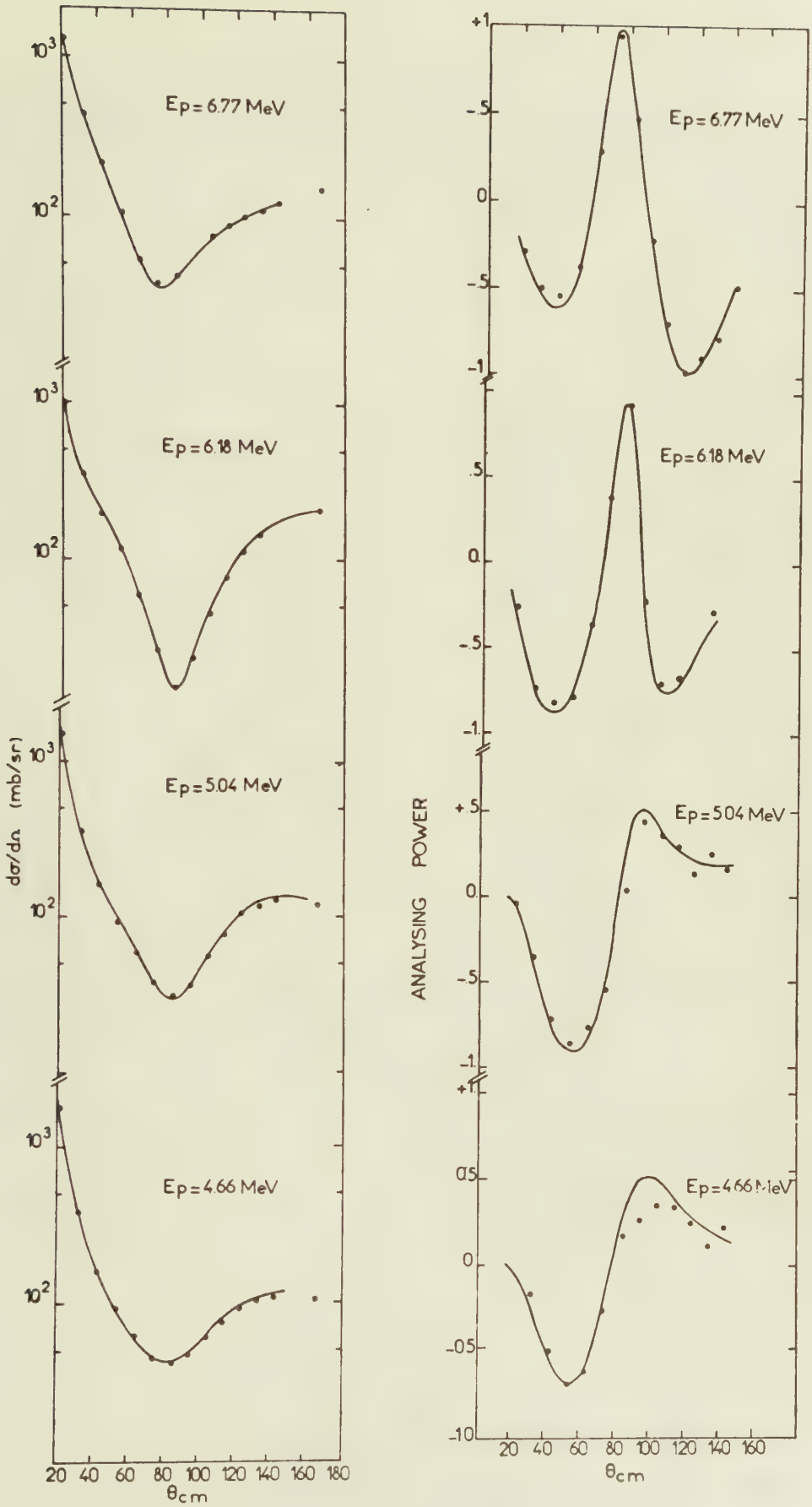


Fig. 4


Ep = 6.77 MeV
Ep = 6.18 MeV
Ep = 5.04 MeV
Ep = 4.66 MeV
dσ/dΩ (mb/sr)
ANALYSING POWER
θcm

- Fig. 5 -

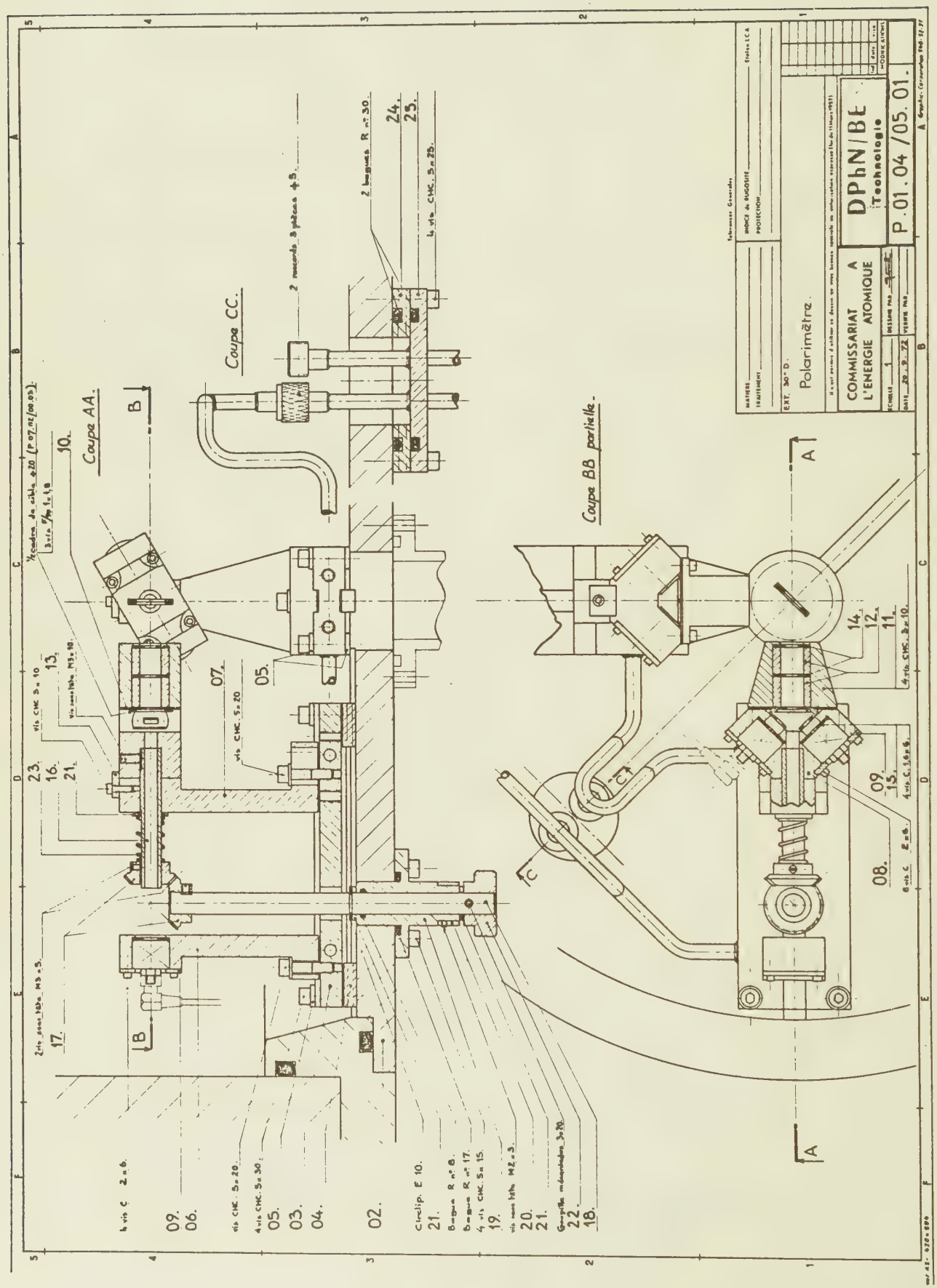

Coupe AA.
Coupe BB partielle.
Coupe CC.
Polarimètre.
COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE
DPhN/BE
Technologie
P.01.04/05.01.

Fig. 6

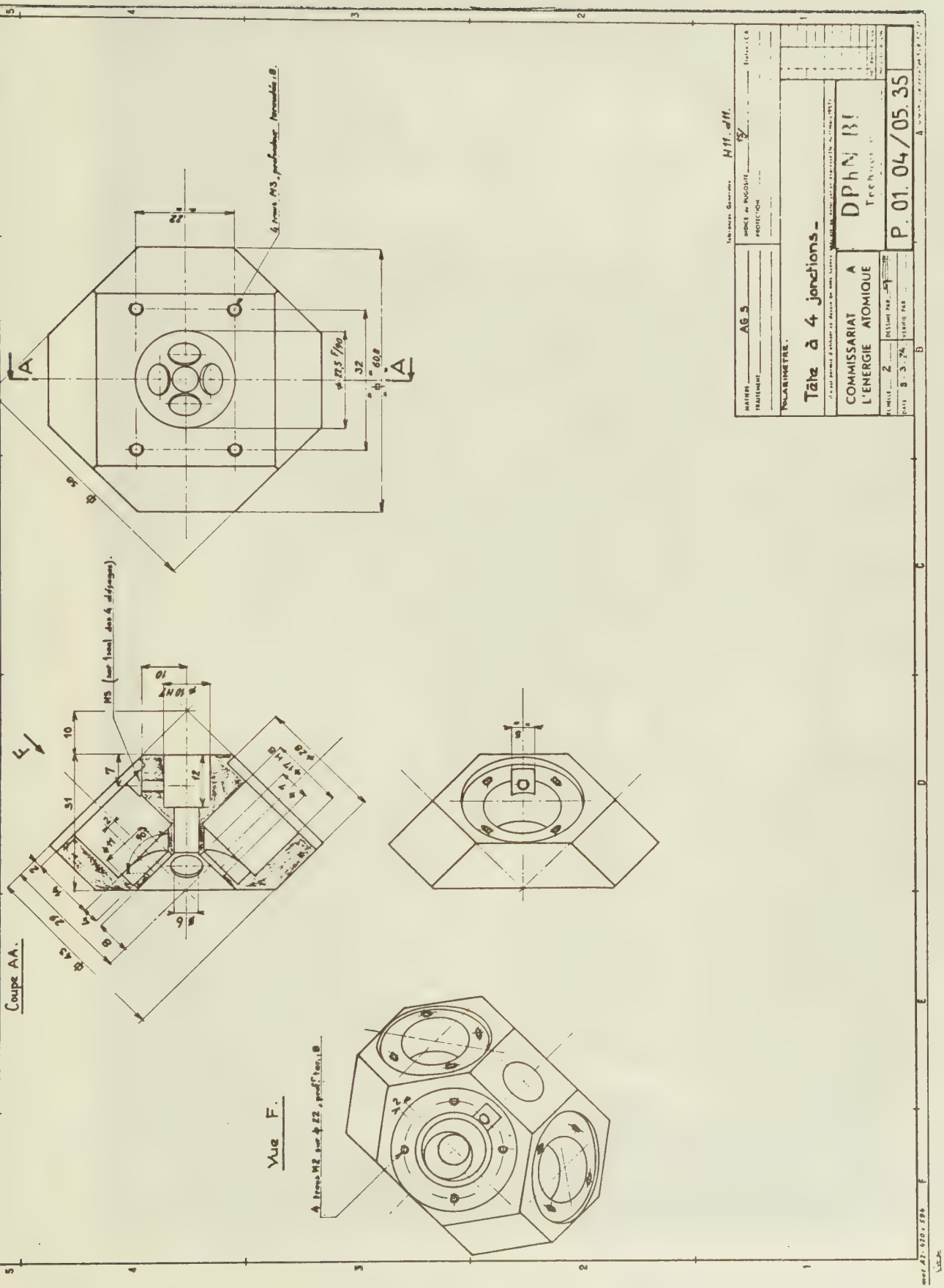
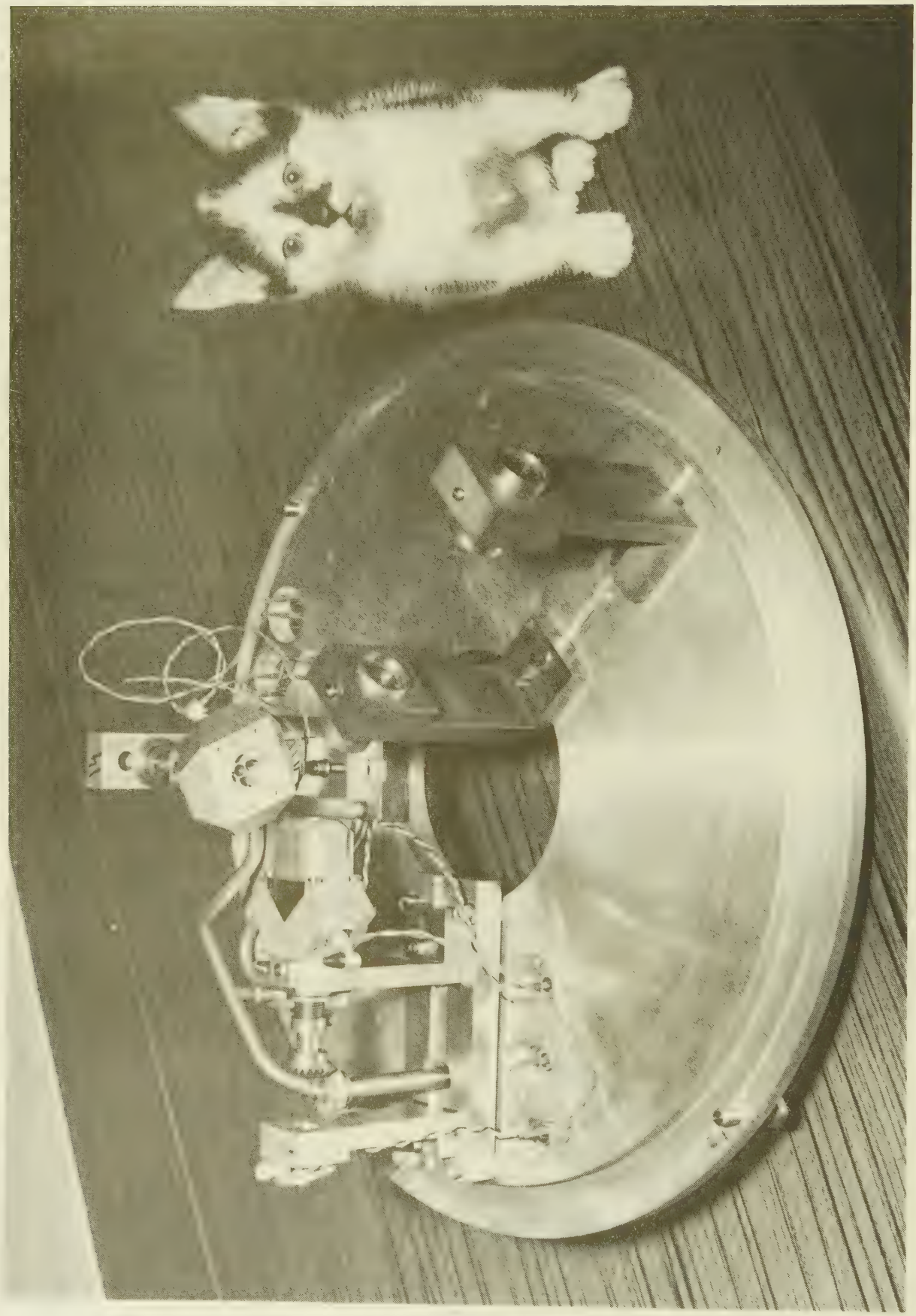

Coupe AA.
Vue F.
Tête à 4 jonctions.
COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE
DPhN BI
P. 01. 04 / 05. 35
AG 3

Fig. 7



- Fig. 8 -

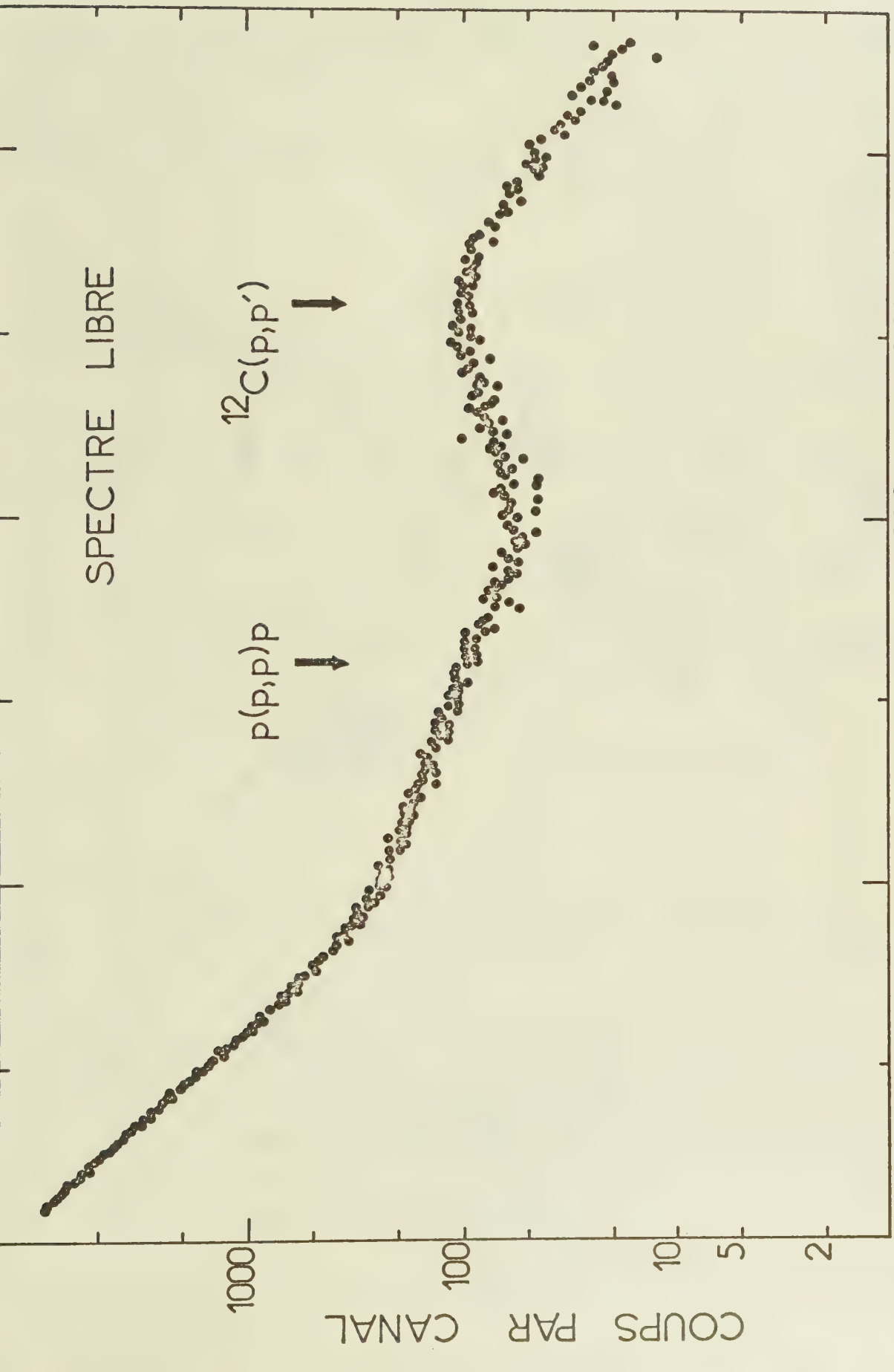

SPECTRE LIBRE
$^{12}C(p,p')$
p(p,p)p
COUPS PAR CANAL
1000
100
10
5
2
200
300
CANAL

Fig. 9

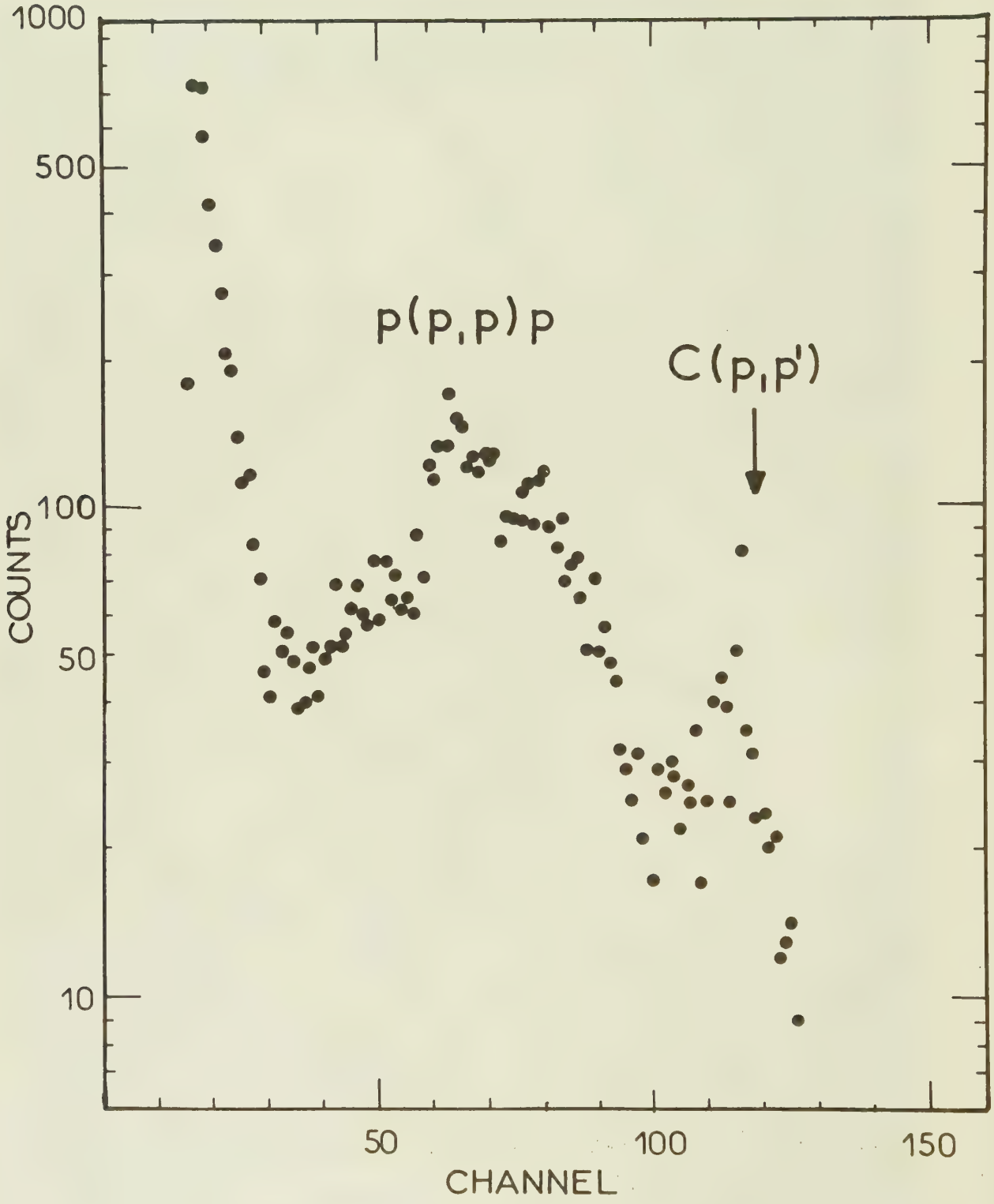
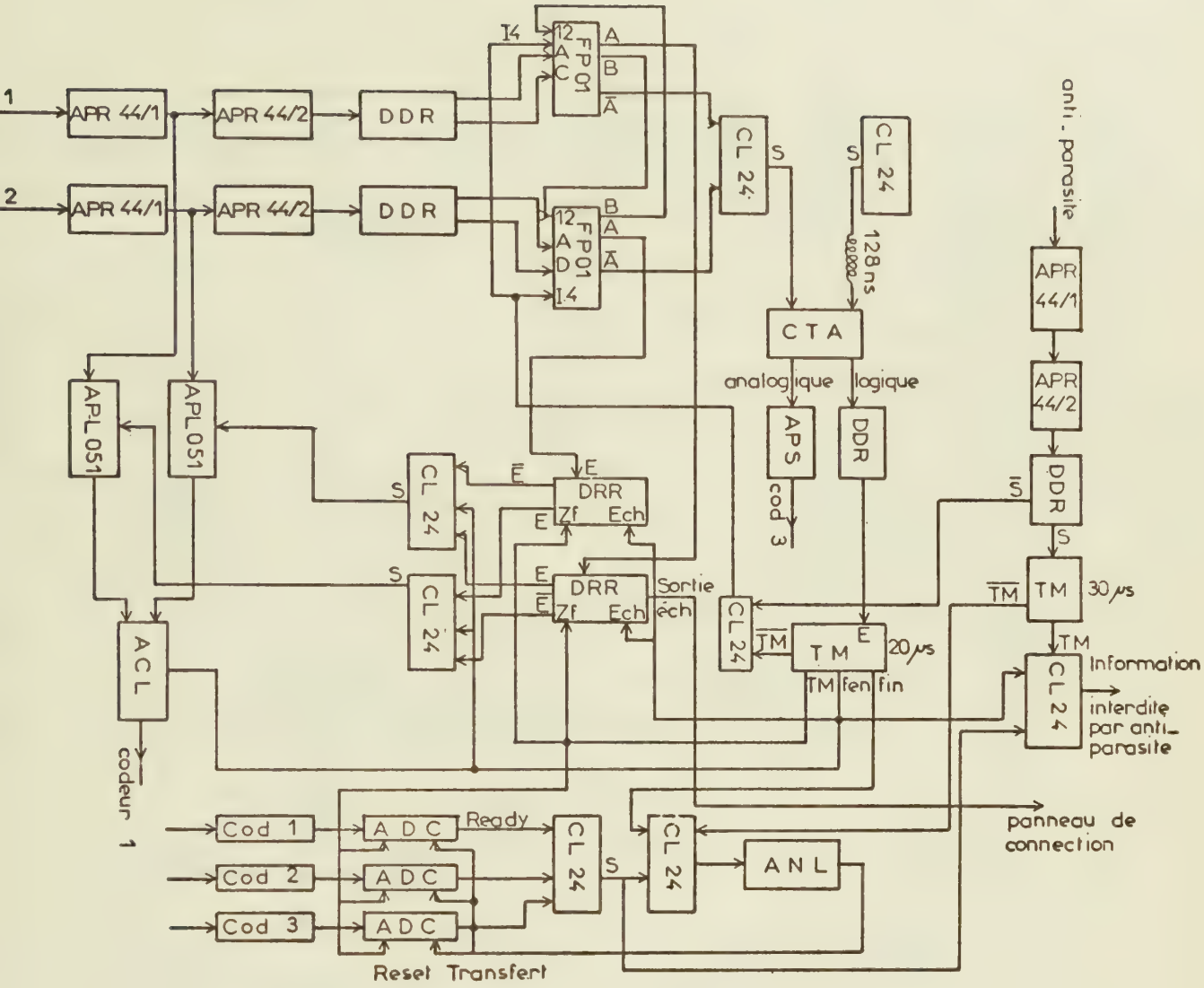


Fig. 10



APR 44/1	Amplificateur proportionnel rapide 1er étage
APR 44/2	Amplificateur proportionnel rapide 2ème étage
DDR	Double discriminateur rapide
FPO1	Fonction priorité
CL 24	Double circuit logique à 4 entrées
DRR	Double registre rapide
CTA	Convertisseur temps-amplitude
APS	Ampli proportionnel simplifié
APL 051	Ampli avec porte linéaire
ACL	Ampli commutateur linéaire.

Fig. 11

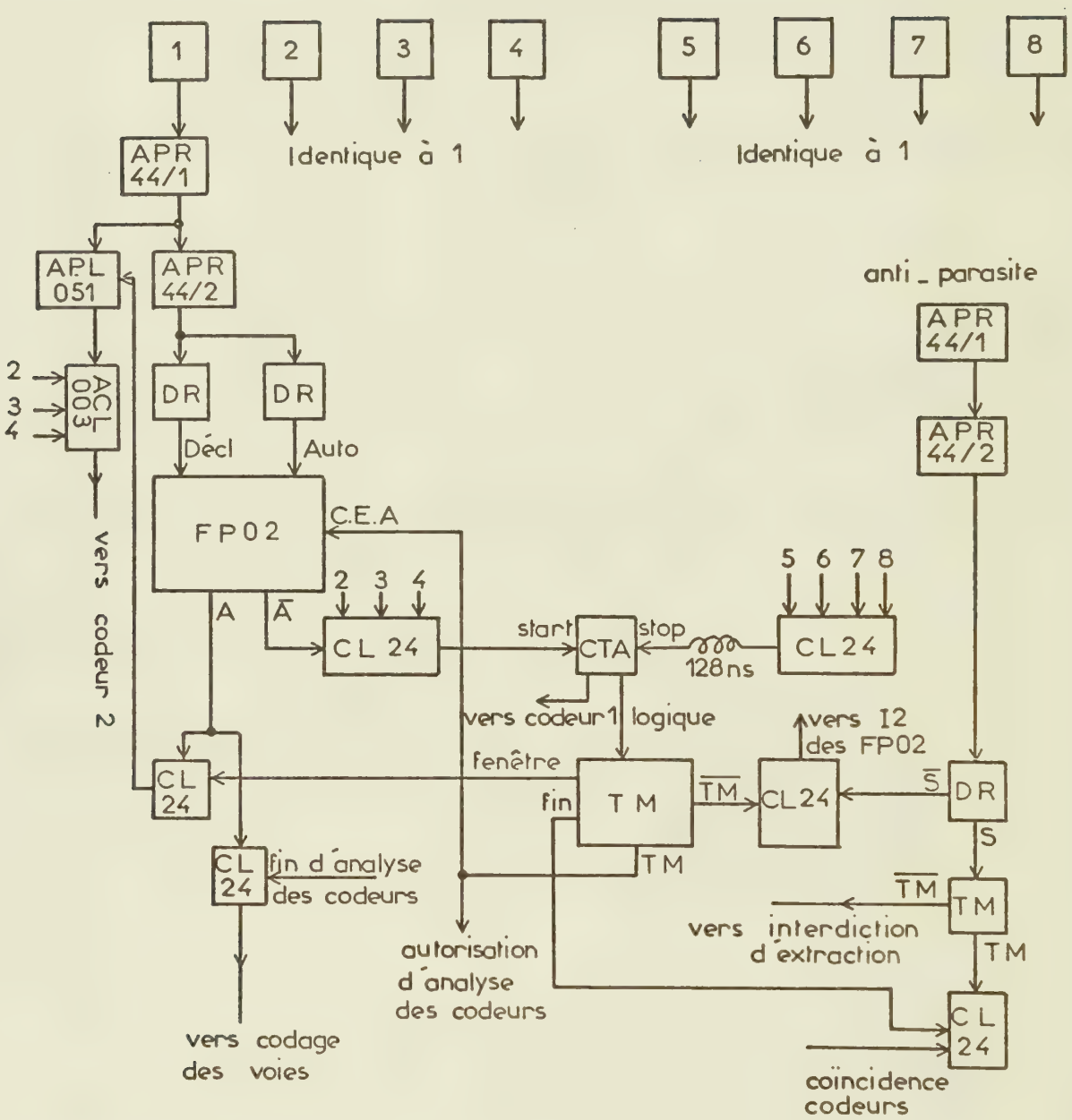

1
2
3
4
5
6
7
8
Identique à 1
Identique à 1
APR 44/1
APL 051
APR 44/2
ACL 003
2
3
4
DR
DR
Décl
Auto
FP02
C.E.A
A
Ā
2 3 4
CL 24
start
CTA
stop
128ns
CL24
5 6 7 8
vers codeur 2
vers codeur1
logique
vers I2 des FP02
fenêtre
fin
T M
TM
CL24
S̄
DR
S
CL 24
fin d'analyse des codeurs
CL 24
TM
TM
TM
vers interdiction d'extraction
autorisation d'analyse des codeurs
vers codage des voies
CL 24
coïncidence codeurs
anti_parasite
APR 44/1
APR 44/2

Fig. 12

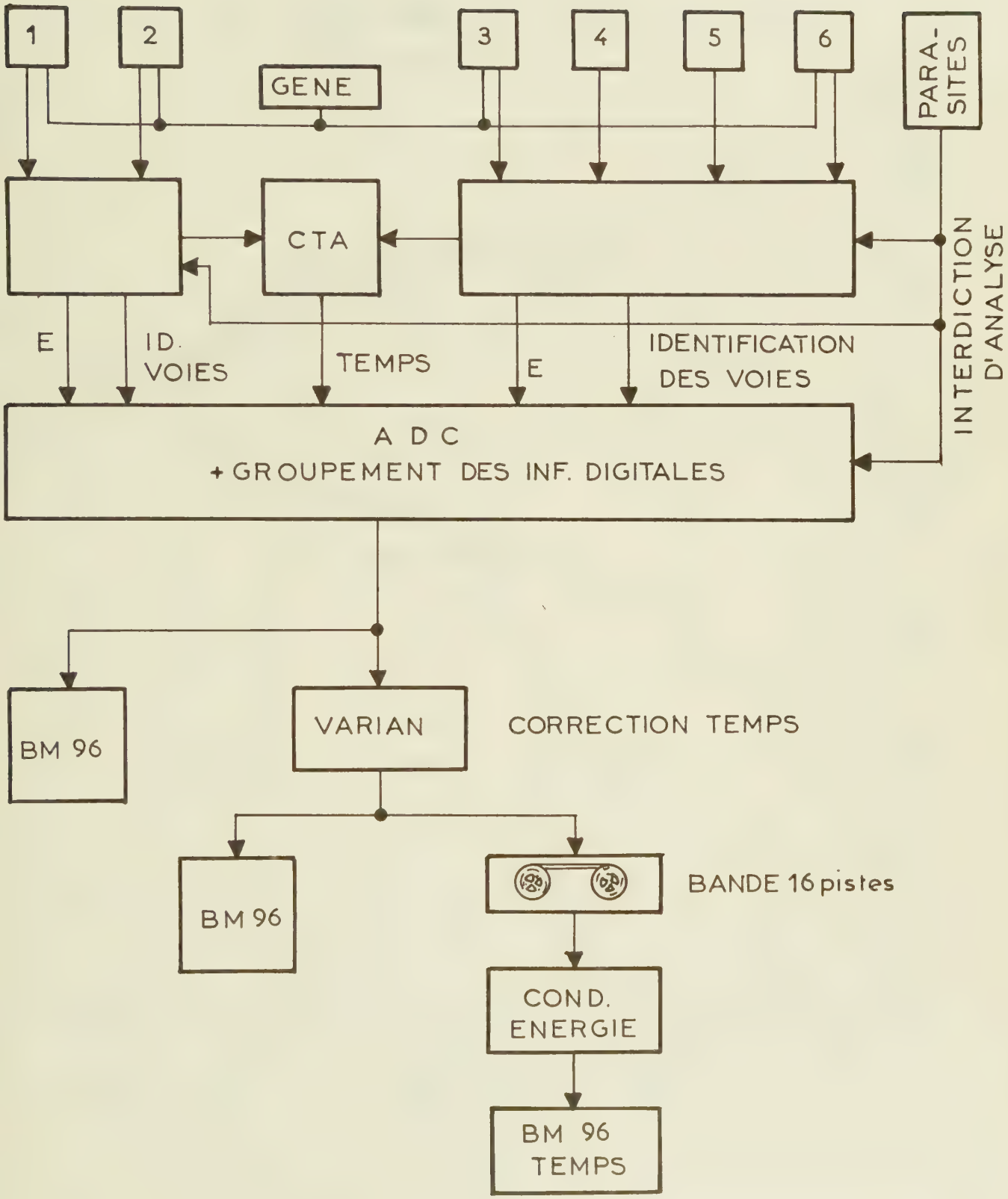

1
2
GENE
3
4
5
6
PARA-SITES
CTA
E
ID. VOIES
TEMPS
E
IDENTIFICATION DES VOIES
INTERDICTION D'ANALYSE
A D C
+ GROUPEMENT DES INF. DIGITALES
BM 96
VARIAN
CORRECTION TEMPS
BM 96
BANDE 16 pistes
COND. ENERGIE
BM 96 TEMPS

Fig. 13

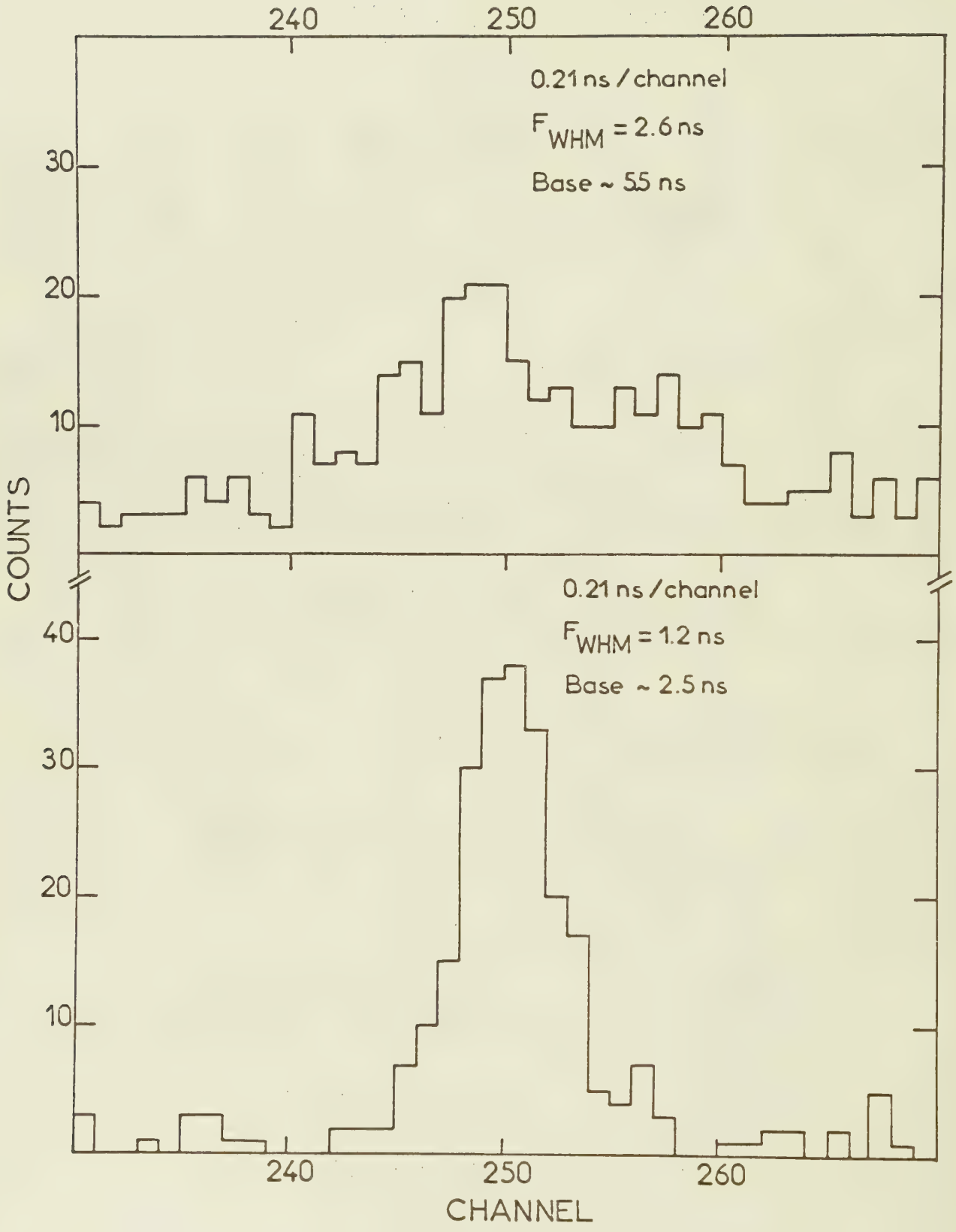

240
250
260
0.21 ns / channel
F WHM = 2.6 ns
Base ~ 5.5 ns
30
20
10
COUNTS
0.21 ns / channel
F WHM = 1.2 ns
Base ~ 2.5 ns
40
30
20
10
240
250
260
CHANNEL

Fig. 14

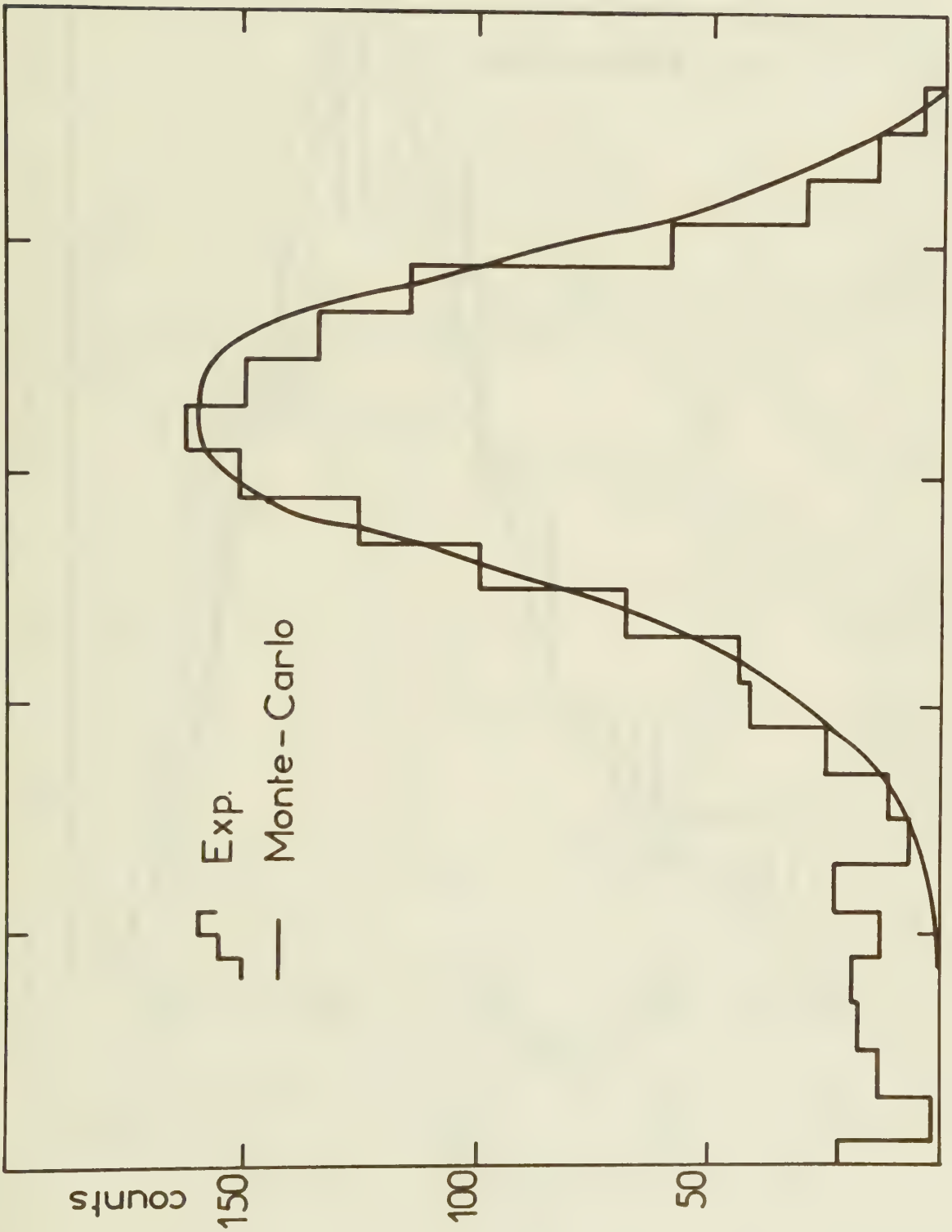


Fig. 15

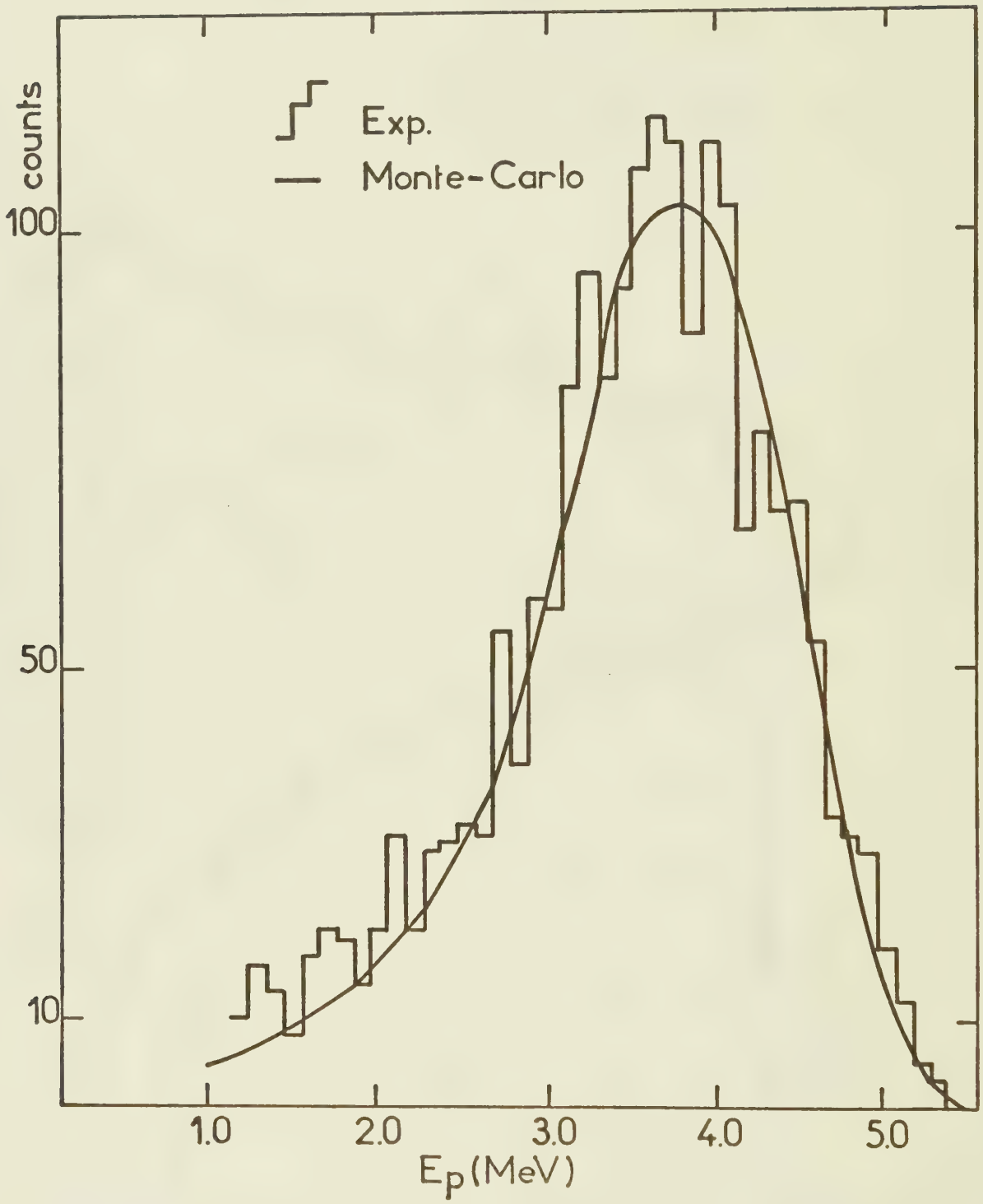


Fig. 16

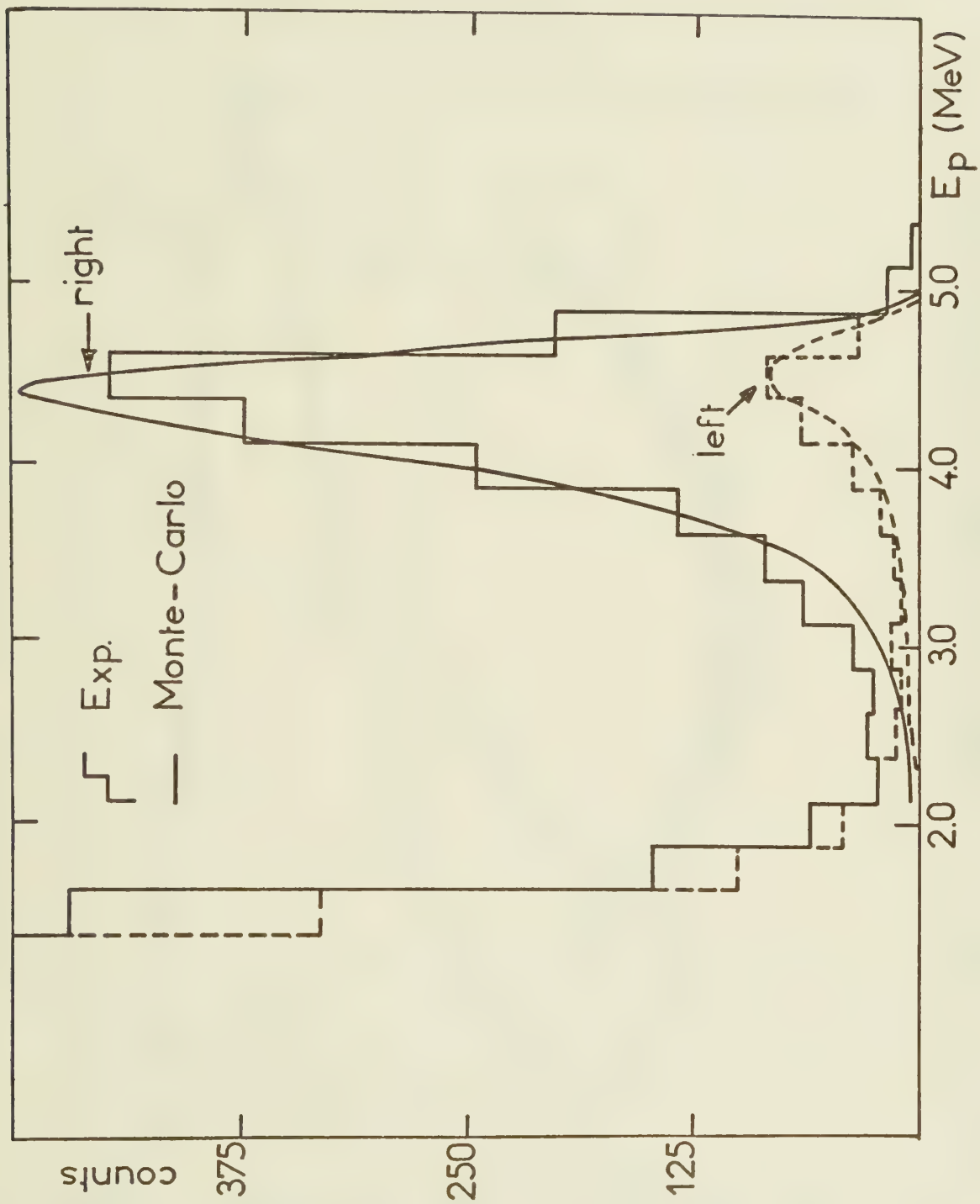

counts
375
250
125
2.0
3.0
4.0
5.0
Ep (MeV)
right
left
Exp.
Monte-Carlo

Fig. 17

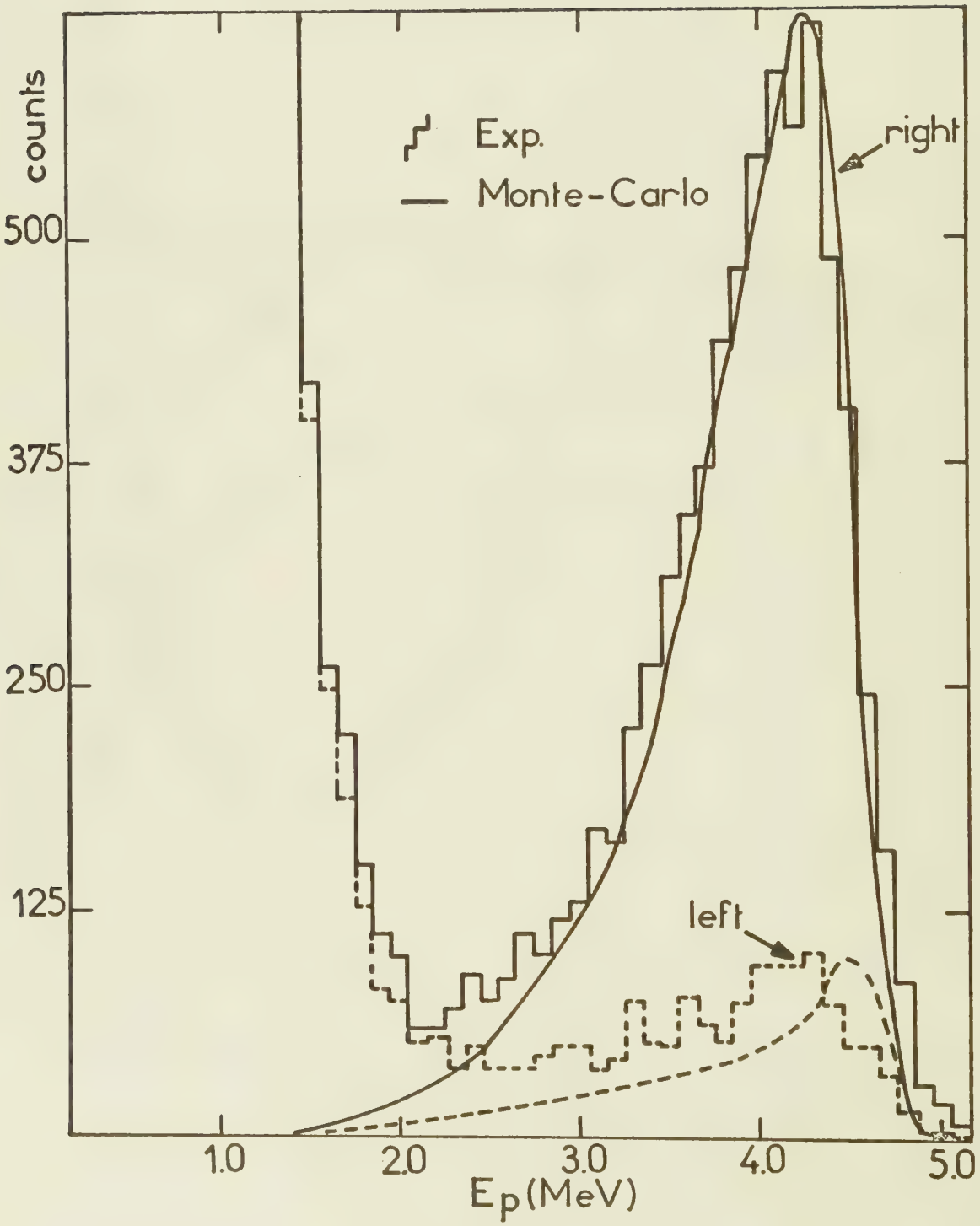

counts
500
375
250
125
Exp.
Monte-Carlo
right
left
1.0
2.0
3.0
4.0
5.0
Ep(MeV)

Fig. 18

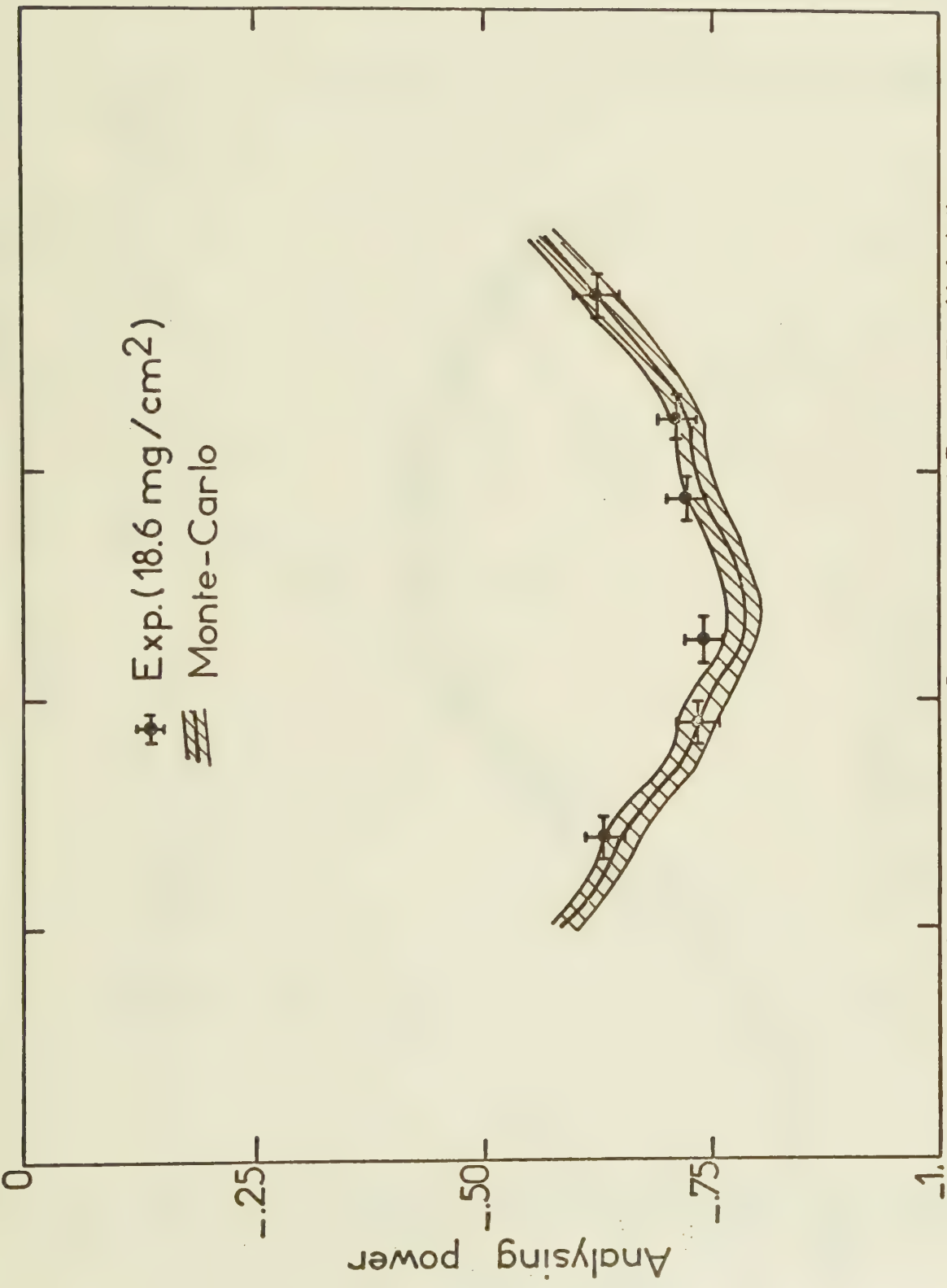

Exp.(18.6 mg/cm2)
Monte-Carlo
Analysing power
0
-.25
-.50
-.75
-1.
5.5
6.0
6.5
Ep(MeV)

Fig. 19

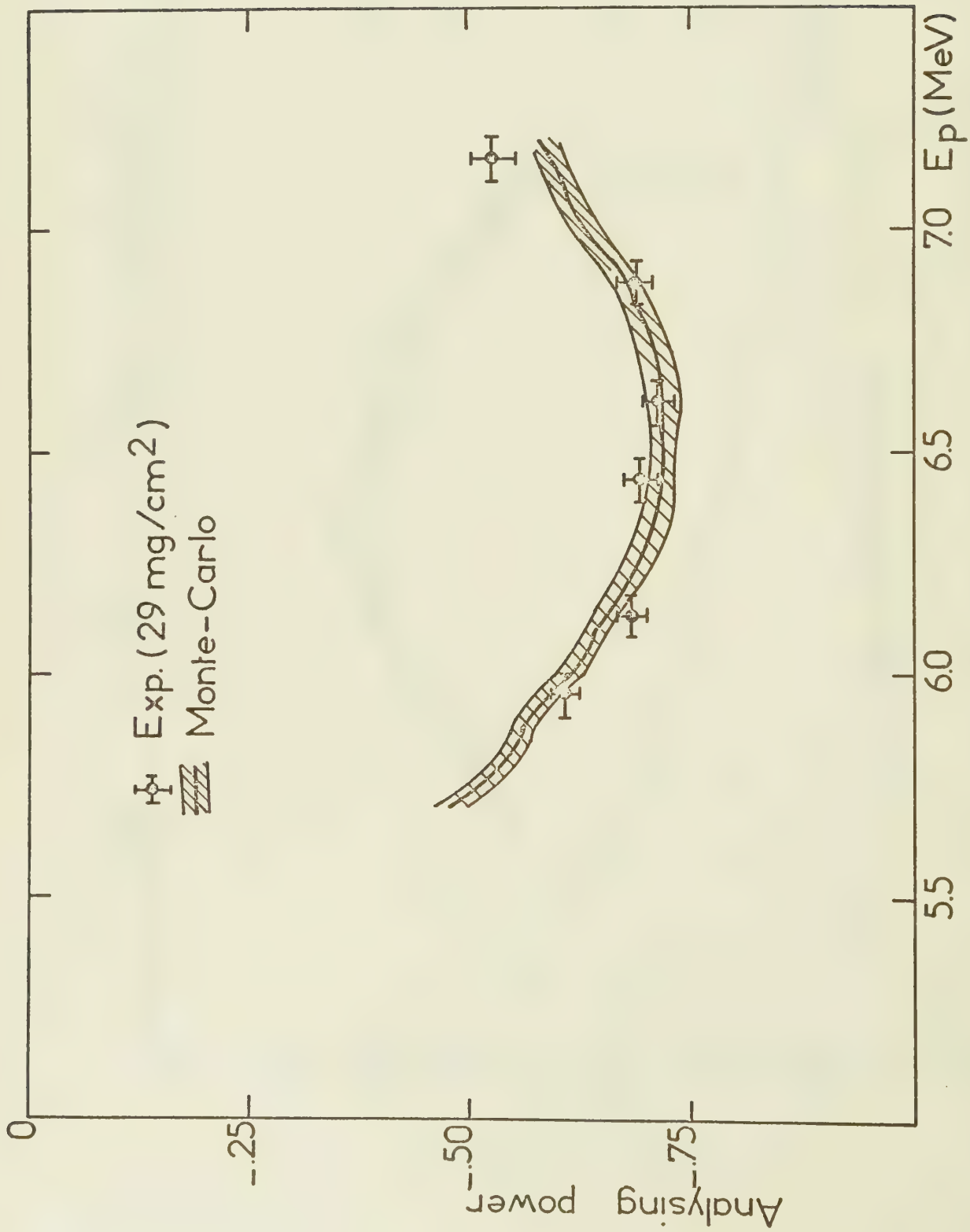

Exp. (29 mg/cm2)
Monte-Carlo
Analysing power
0
-.25
-.50
-.75
5.5
6.0
6.5
7.0
Ep (MeV)

Fig. 20

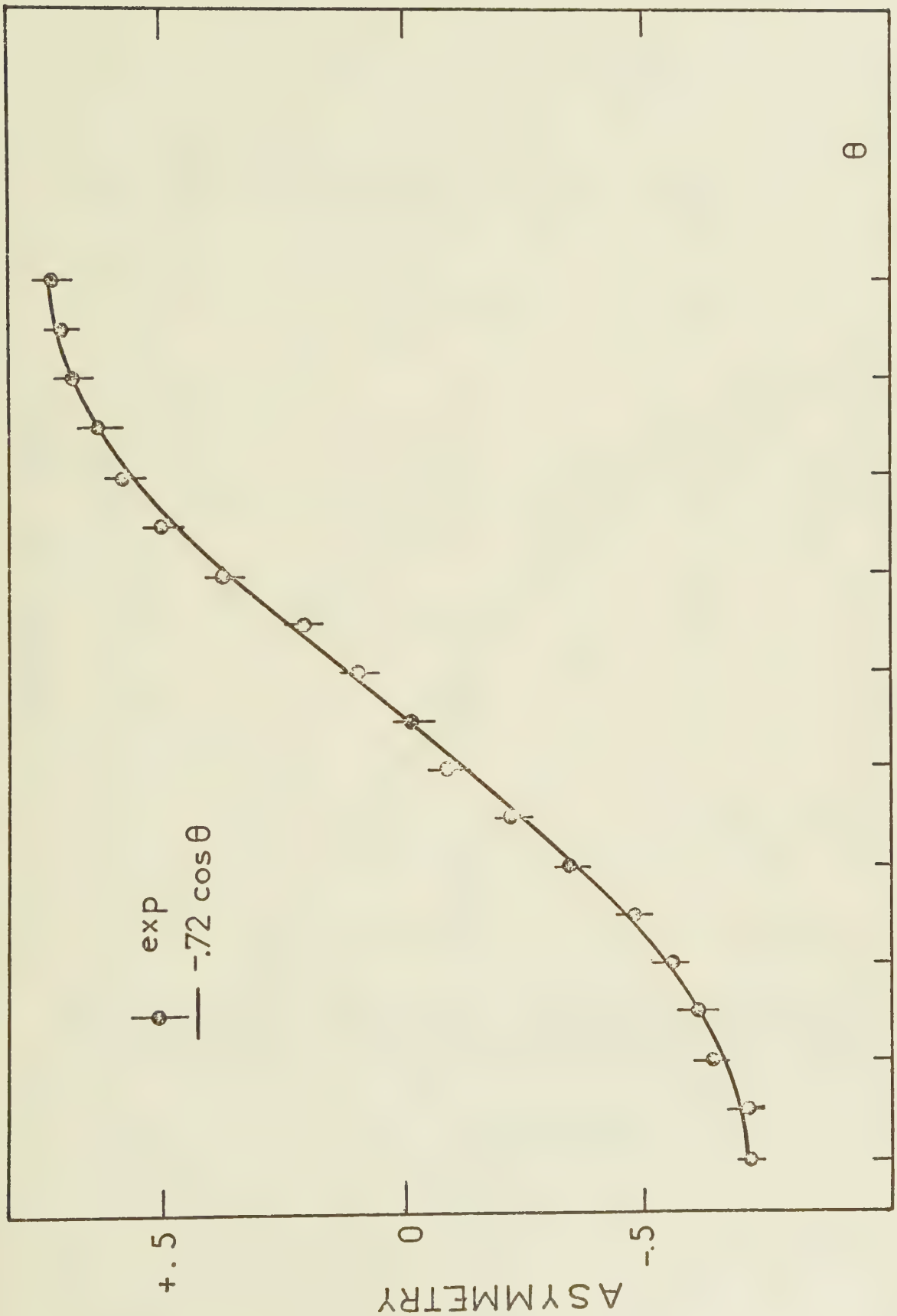


Fig. 21

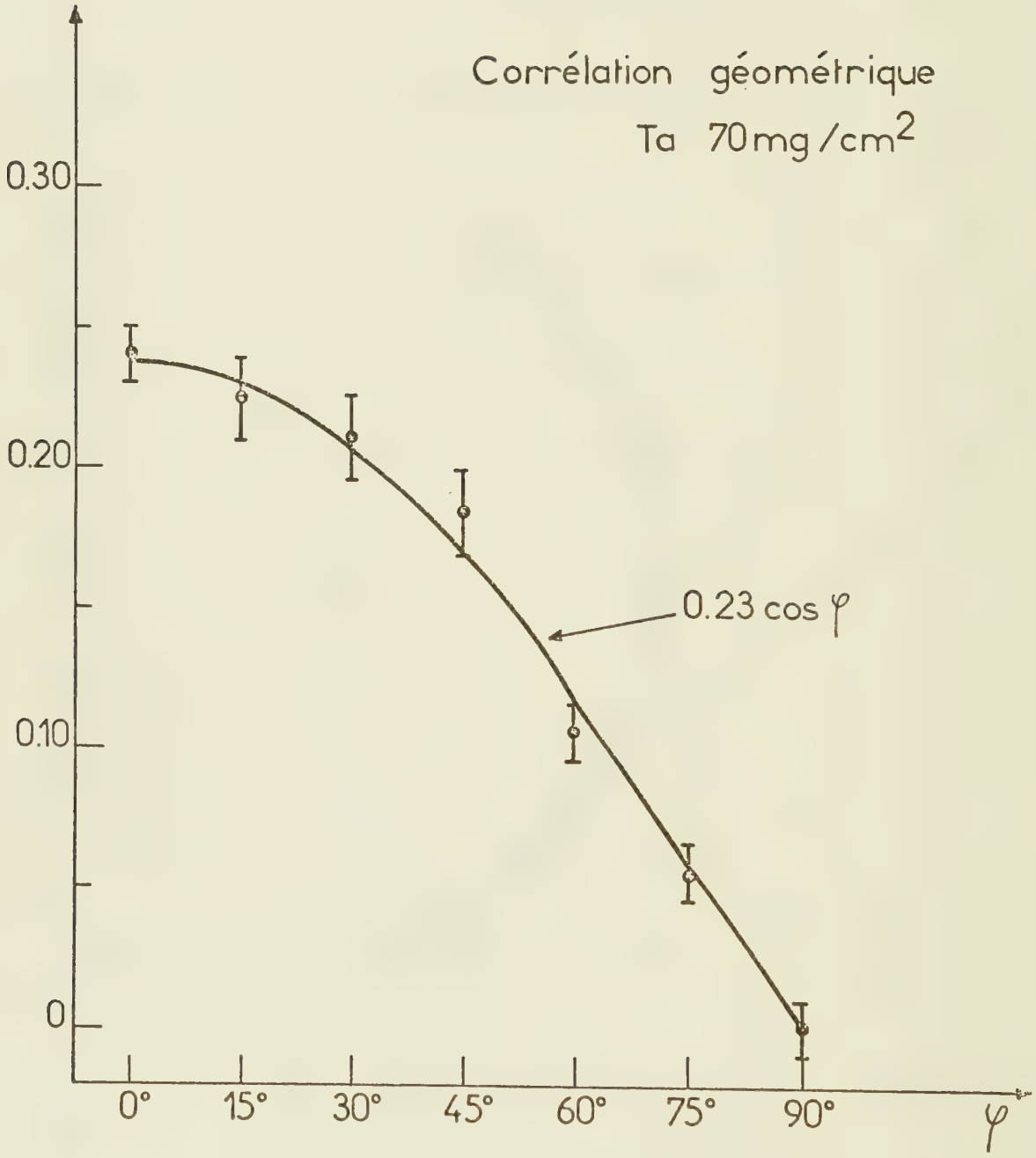

Corrélation géométrique
Ta 70 mg/cm²
0.30
0.20
0.10
0
0.23 cos φ
0°
15°
30°
45°
60°
75°
90°
φ

Fig. 22

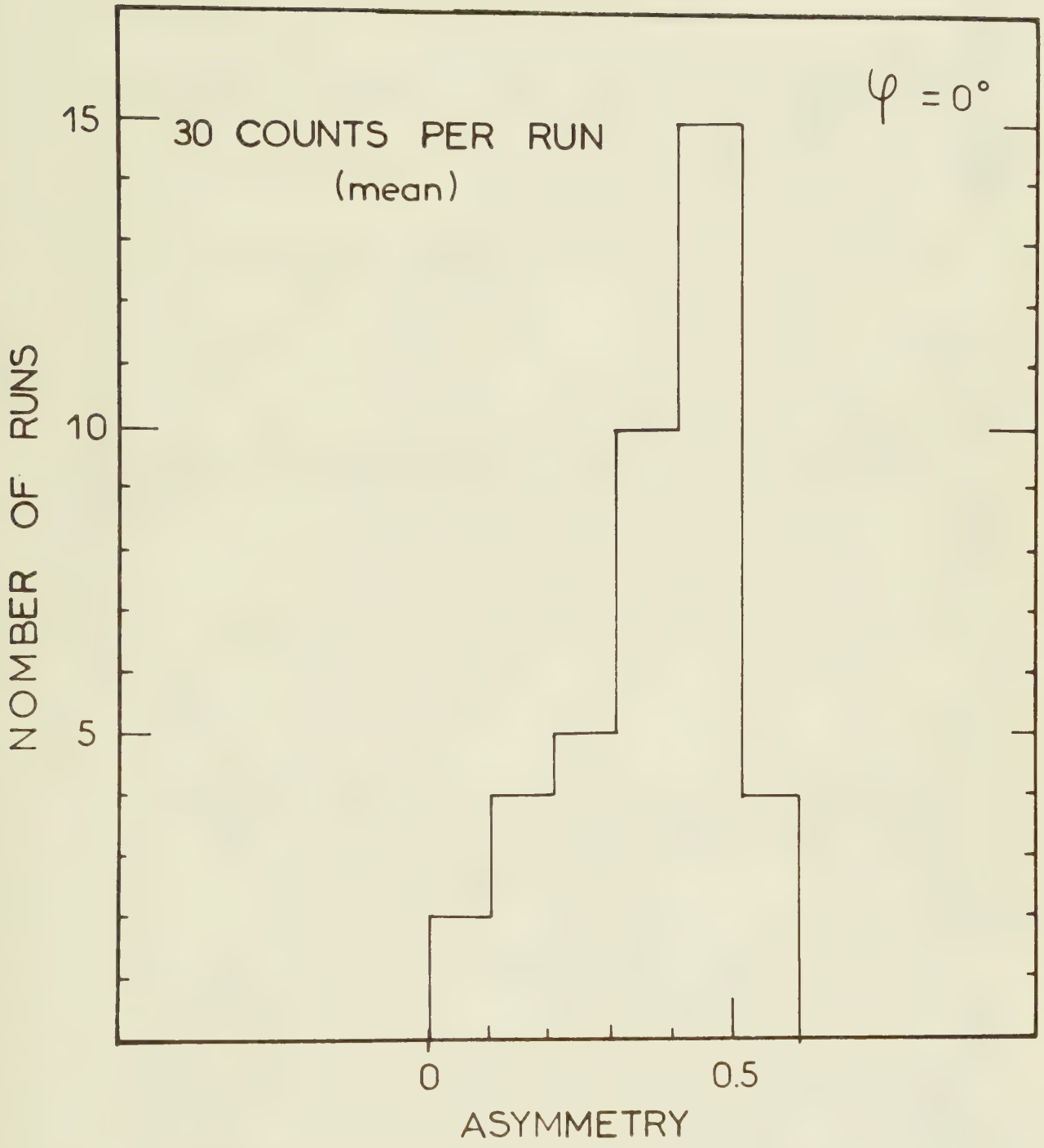


Fig. 23

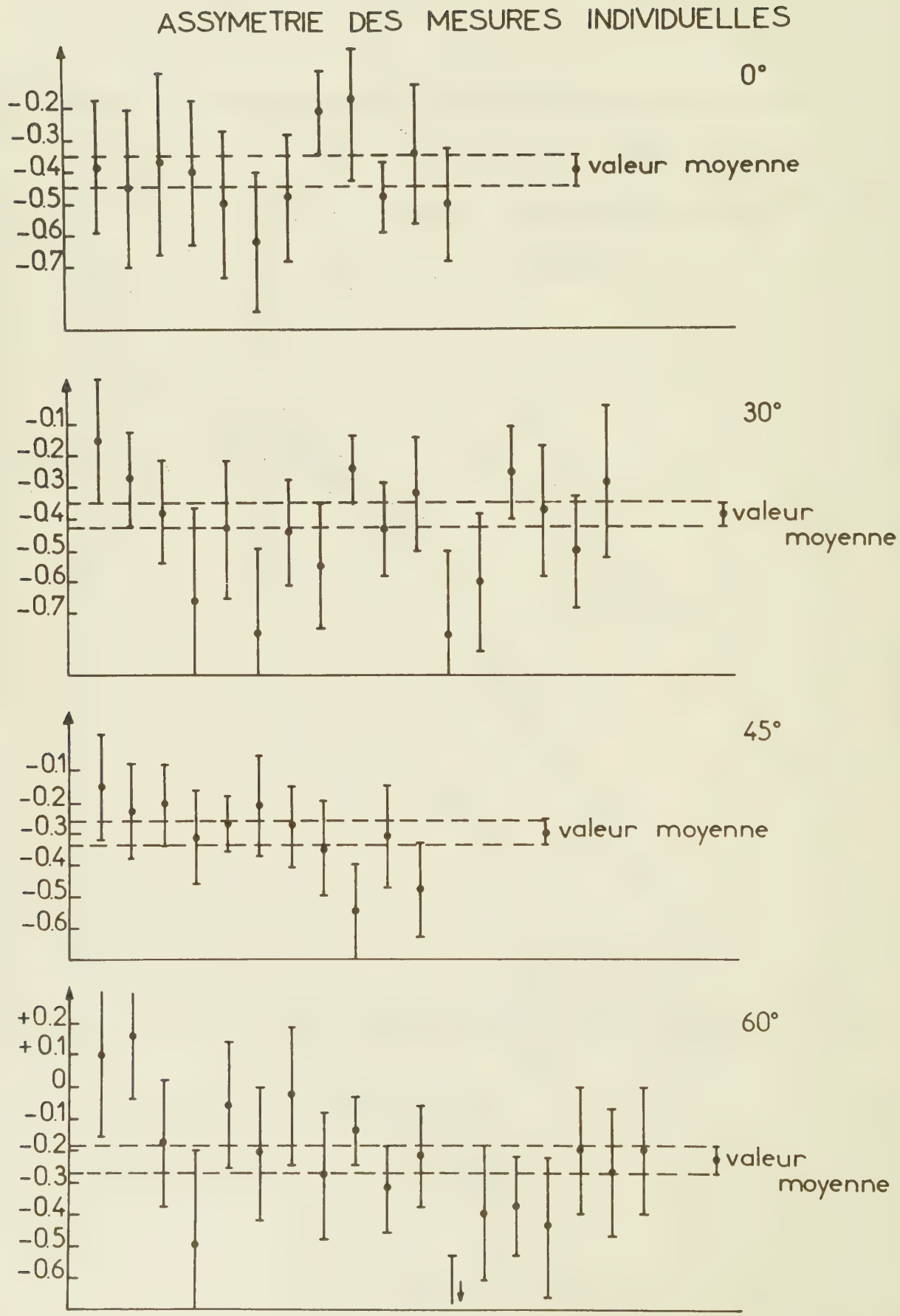

ASSYMETRIE DES MESURES INDIVIDUELLES
0°
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
valeur moyenne
30°
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
-0.7
valeur moyenne
45°
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
valeur moyenne
60°
+0.2
+0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-0.6
valeur moyenne

Fig. 24

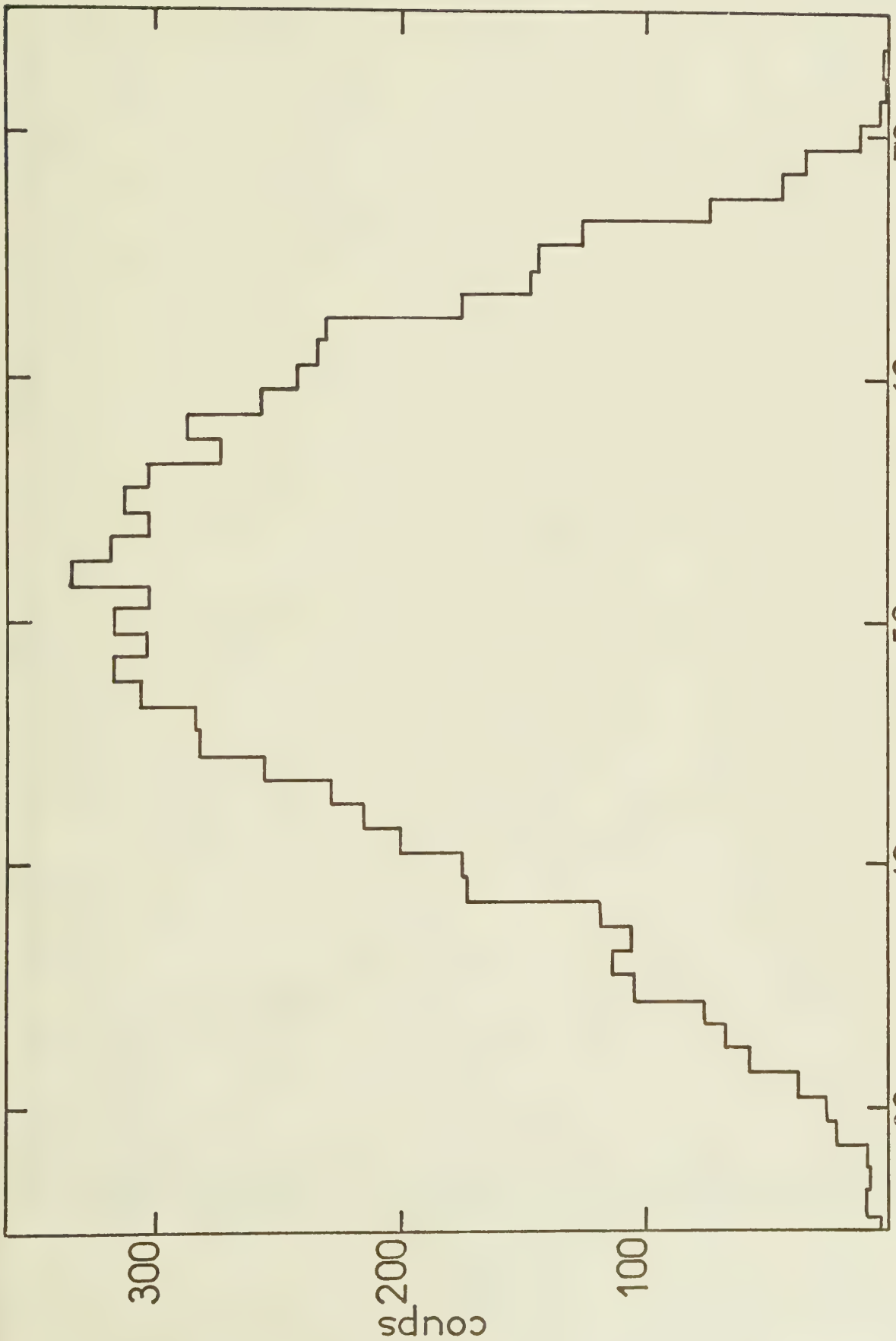


Fig. 25

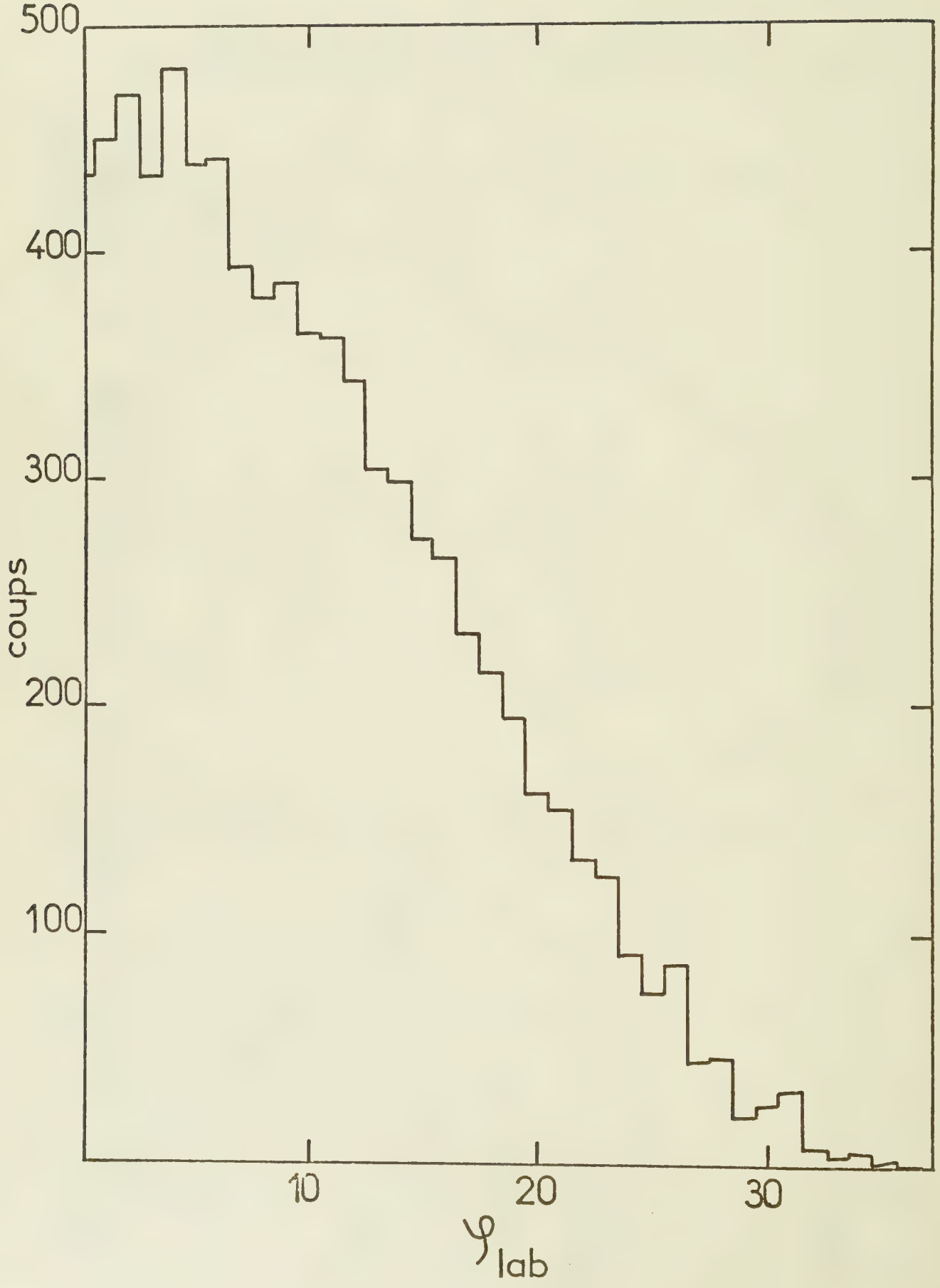


Fig. 26

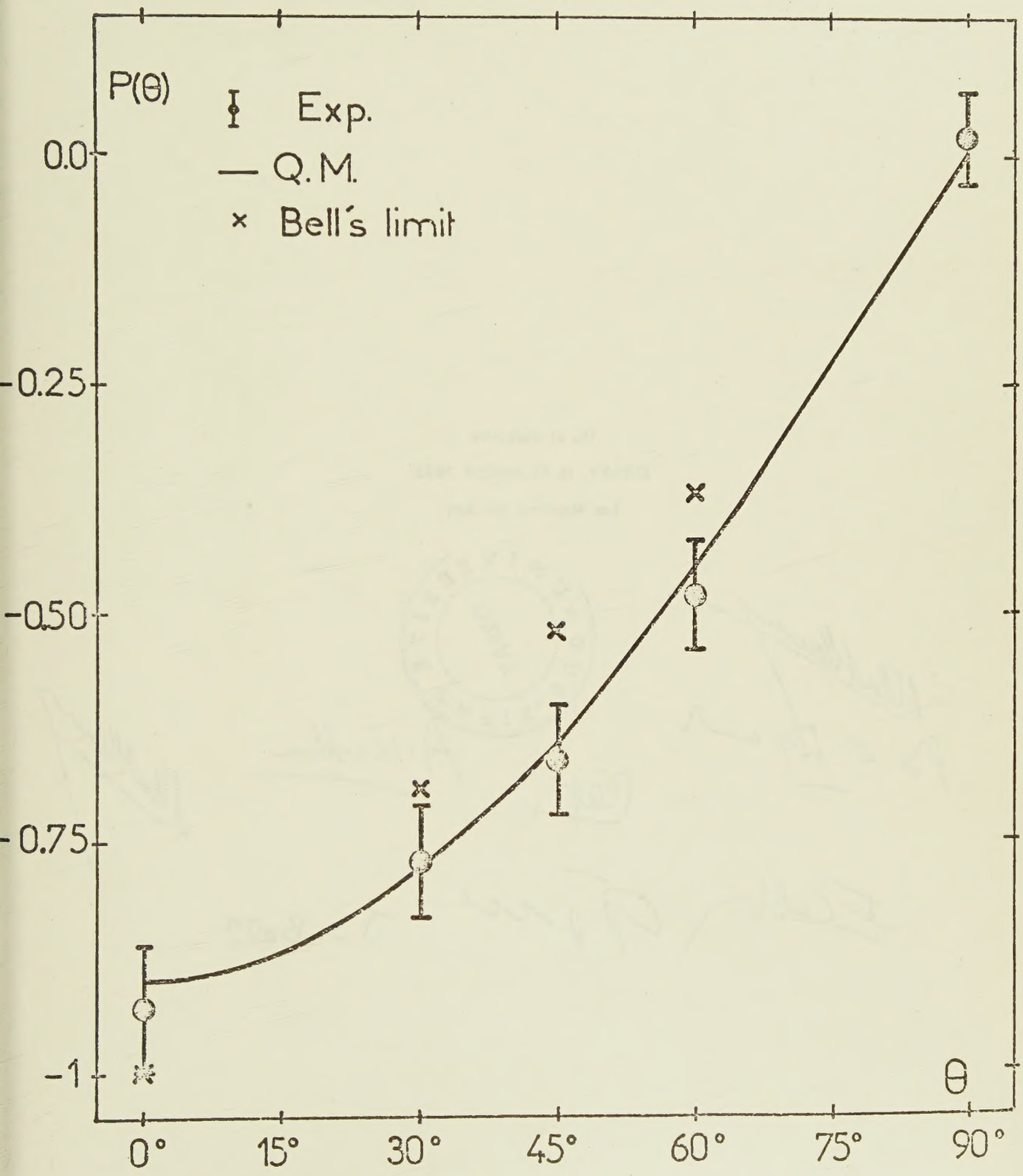


Fig. 27

Vu et approuvé

ORSAY, le 14 octobre 1976

Les Membres du Jury

UNIVERSITÉ PARIS-SUD ★ ORSAY

J.S. Bell